

Fyzikálny korešpondenčný seminár

2. ročník, 2008/2009

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

Vzorové riešenia 1. kola letnej časti 2008/2009

1.1 Ručičky (opravovali – Tina a Filip)

Sekundová ručička hodinek je dlhá 12 cm, minútová 8 cm. V akom pomere sú rýchlosti ich koncových bodov?

Označme si dĺžku minútovej ručičky ako R . Sekundová ručička má dĺžku $\frac{3}{2}R$. Zo skúsenosti vieme, že obe ručičky by sa mali pohybovať rovnomerným pohybom po kružnici. Koncový bod sekundovej ručičky prejde za 60 sekúnd dráhu kružnice s polomerom $\frac{3}{2}R$, to je $2\pi\frac{3}{2}R$. Rýchlosť sekundovej ručičky si teda vyjadríme pomocou toho, akú dráhu prejde za konkrétny čas. Vieme, že prejde $2\pi\frac{3}{2}R$ za 60 sekúnd, teda:

$$u = \frac{2\pi\frac{3}{2}R}{60 \text{ s}}$$

Koncový bod minútovej ručičky prejde za 60 minút, t.j. za 3600 sekúnd dráhu kružnice s polomerom R , teda $2\pi R$. Rýchlosť minútovej ručičky si vyjadríme podobne:

$$v = \frac{2\pi R}{3600 \text{ s}}$$

Teraz nám stačí tieto dve rýchlosti dať do pomeru:

$$\frac{u}{v} = \frac{\frac{2\pi\frac{3}{2}R}{60 \text{ s}}}{\frac{2\pi R}{3600 \text{ s}}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{60}} = \frac{90}{1}$$

Sekundová ručička má 90krát väčšiu rýchlosť ako minútová ručička.

Celé sa to dá povedať aj v skratke, bez vzorcov. Sekundová ručička je jedenapolkrát dlhšia ako minútová. Keďže obvod kruhu vypočítame ako $2\pi R$, kde R je jeho polomer, bude obvod kruhu opísaného sekundovou ručičkou tiež jeden a pol krát dlhší ako obvod kruhu opísaného minútovou ručičkou. Navyše, za hodinu svoj kruh opíše minútová ručička len raz, zatiaľ čo sekundová ho opíše 60 krát. Jej koniec teda prejde za ten istý čas $1,5 \cdot 60 = 90$ krát väčšiu dráhu. Musí sa preto hýbať 90 krát rýchlejšie.

Seminár podporujú:

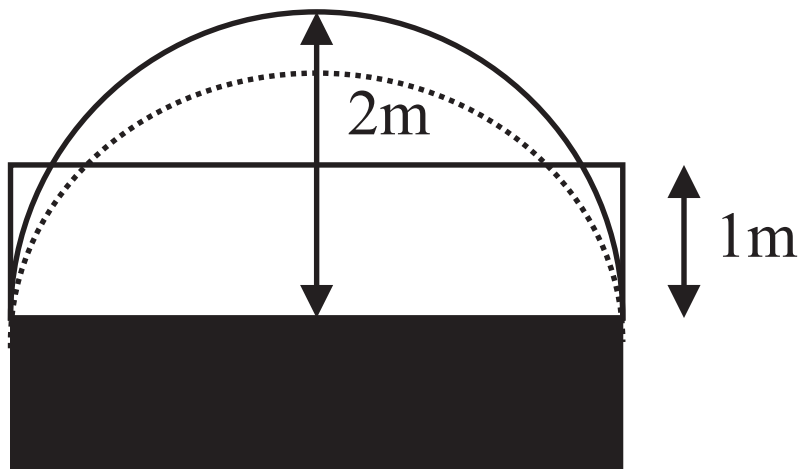


1.2 Strecha (opravovali – Halucinka a Tomáš)

Strecha nášho domu je vodorovná a má šírku 4 metre. Brat sa zapojil minule do súťaže s názvom „Vyhraj 6 metrov vlnitého plechu!“ a keďže je to šťastlivec, vyhral 6 metrov vlnitého plechu. A brat, keďže nie je žiadny domased, povedal si, že bude sedieť na streche. A aby na neho nepršalo, natiahne nad seba vlnitý plech. Prístrešok, ktorý si vyrobil, vyzerá ako na obrázku (4 m rovnej strechy a nad tým 6 m plechu v tvare časti kružnice). Akú výšku má prístrešok v jeho najvyššom bode? Odpoveď môžete vypočítať, alebo zistiť experimentálne – za dobré výsledky považujeme tie, ktoré sa od presného nelíšia viac ako pol metra.

Častou chybou vašich riešení, ktorá vás väčšinou stála polovicu bodov, bolo, že ste predpokladali, že plech bude tvoriť polkružnicu nad strechou. Keby to tak bolo, muselo by platiť $\pi r = 6$ m, kde $r = 2$ m. Toto ale neplatí (aj keď skoro) a znamená to, že strecha nebude priemerom kružnice, ktorej časťou je strecha. Nevadí, táto skororovnosť nám pomôže spraviť rozumný odhad pre výšku strechy. Ak by sme totiž chceli z plechu vytvárať polkružnicu, potrebovali by sme ho $\pi r \approx 6,28$ m. My máme plechu o čosi menej, preto prístrešok bude o čosi nižší ako prístrešok z polkružnice, a teda jeho výška bude menšia ako 2 m.

To ale stále neznamená, že sa tam nepostavím. Naopak, predstavme si, že z plechu vytvaramy obdĺžnik nad strechou. Z kraja strechy by šiel kolmo hore 1 meter, potom 4 metre rovnobežne so strechou a potom zase dole. Takto upravený prístrešok je samozrejme nižší od nášho kružnicovitého. Takýto prístrešok má výšku 1 meter, teda náš prístrešok má výšku väčšiu ako 1 meter.



Obr. 1: Náčrtok dolného a horného odhadu výšky strechy

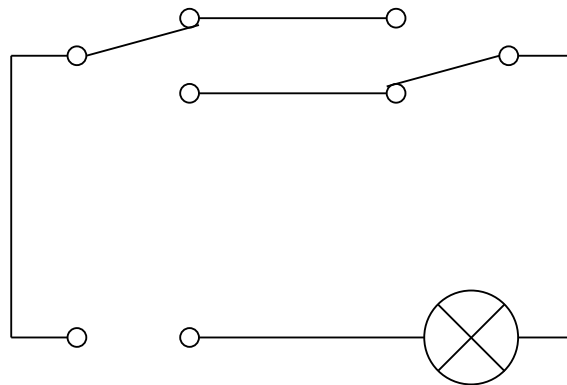
Zo zadania vieme, že uznávame všetky výsledky $\pm 0,5$ metra. My už vieme, že náš prístrešok má výšku medzi jedným metrom a dvoma metrami. Teda keď zvolíme výsledok 1,5 m, tak sme akurát v tolerancii. Pre zaujímavosť, ak sa hecnem a zostavím si pre výšku prístrešku dosť komplikované rovnice, dorátam sa k presnejšiemu výsledku – 1,86 m.

K úlohe sa dalo pristupovať aj experimentálne. Celú situáciu vytvoríme zmenšenú, napríklad v pomere 1 : 20. V tomto pomere má strecha dĺžku 20 cm a plech má 30 cm. Nie je problém takúto zmenšeninu postaviť, pravítkom zmerať výšku a dúfať, že sa nedopustíme väčšej chyby, ako môžeme.¹

1.3 Babka (opravovali – Tinka a Judita)

Janko má usmievavú starú babku, ktorá sa bojí tmy. Preto jej Janko dal do jej domu zaviesť elektriku. Babka najprv ohňala nosom, že čo za panské novoty, potom ju skoro zabilo keď si ihlice na pletenie chcela zastrčiť do zásuvky, teraz si už však výhody modernej techniky obľúbila. Problémom je iba dlhá chodba. Darmo má babka na jej konci vypínač, keď prejde na druhú stranu chodby, vypínač je ďaleko a svetlo sa nedá zhasnúť. Babka by preto potrebovala druhý vypínač, aj na druhej strane chodby. Celé by to malo fungovať tak, že ak je svetlo vypnuté, tak stlačením ľubovoľného vypínača sa zapne a naopak. Vymyslíte zapojenie, ako by to mohlo fungovať. Môžete pri tom použiť žiarovky, drôty, klasické vypínače alebo polohové prepínače. Polohový prepínač je súčiastka umožňujúca prepínať medzi dvoma zapojeniami vodičov, ako je naznačené na obrázku. Bonusový bod dostanete, ak vymyslíte zapojenie pre 3 vypínače s touto istou vlastnosťou.

Väčšina z vás prišla na to, že takýmto skvelým zapojením sa babkin problém vyrieši.



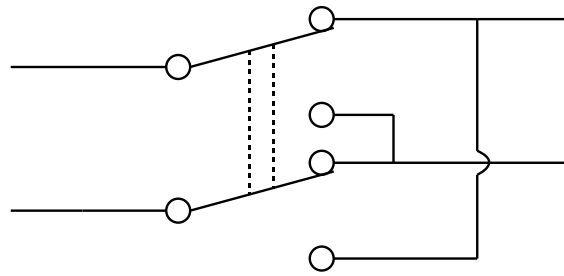
Obr. 2: schéma zapojenia pre dva prepínače

Zmenou stavu ktoréhokoľvek z dvoch prepínačov sa žiarovka, ak bola zhasnutá, rozsvieti a ak svietila, zhasne.

Pre tri prepínače bolo treba zapojiť viac fantázie. Sami ste sa presvedčili, že bez nejakých fičúrií² navyše sa to spraviť nedá. Jednou možnou fičúriou je spojiť dva prepínače tak, aby sa prepínali súčasne, ako je to zobrazené na obrázku:

¹Pozor! Pri 20krát menšom modeli máme i 20krát menšiu toleranciu na správny výsledok! Tzn. musíme merať s presnosťou na $\frac{50 \text{ cm}}{20} = 2,5 \text{ cm}$. Sami uznajte, že to by nám nemalo robiť problém. 😊

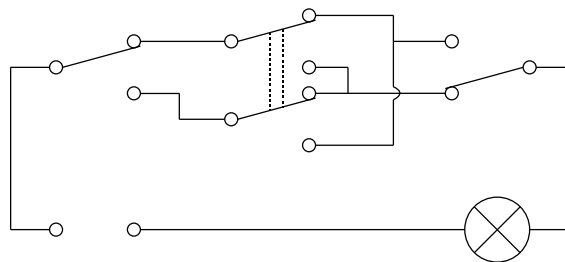
²Z anglického *feature*.



Obr. 3: křížový prepínač

Takáto súčiastka sa naozaj používa a nazýva sa křížový prepínač. Ak si to poriadne premyslíte, robí vlastne toto: V jednom stave spája navzájom *horné* vodiče a navzájom *dolné* vodiče. Po prepnutí sa to vymení a horný kábel na jednej strane sa vodivo spojí s dolným vodičom na druhej strane prepínača (a naopak).

A čo sa stane, ak medzi dva prepínače vložíme křížový prepínač? Sami si rozmyslite, že dostaneme presne to, čo sme chceli, teda že prepnutím hociktorého prepínača sa zmení stav žiarovky:



Obr. 4: schéma zapojenia pre tri prepínače

Teraz už nebude zložitú prísť na to, ako by vyzeralo zapojenie pre 4, 5 a viac prepínačov. :-)

1.4 Polievka (opravovali – Samuel a Katka)

Ak máme horúcu polievku, mamy a babičky nám vravia, aby sme si ju miešali, potom vraj rýchlejšie ochladne. Je to len spôsob ako zabiť čas alebo to naozaj funguje?

Tento príklad je veeeeeľmi poučný. Prečo? Dozvieme sa všeličo zo sveta okolo nás, ale hlavne nás učí, že počúvať mamičky a babičky sa oplatí. A to predovšetkým v prípade horúcich polievok.

Pri riešení tohto príkladu si najskôr musíme uvedomiť, ktoré efekty spôsobujú ochladzovanie polievky. V našom prípade sú najvplyvnejšie efekty dva: tepelná výmena medzi polievkou a okolím, odparovanie sa polievky. Tieto dva efekty podrobne rozoberieme a preskúmame, aký vplyv má miešanie na ich posilnenie alebo oslabenie.

Pozrime sa, ako funguje tepelná výmena. Na styku dvoch telies, ktoré majú rôznu teplotu, prechádza teplo z telesa s vyššou teplotou na teleso s nižšou teplotou, nikdy nie naopak. Tento prechod však nie je okamžitý, trvá nejaký čas, kým prejde z teplejšieho telesa na studenšie dosť tepla na to, aby sa ich teploty vyrovnali. Rýchlosť, akou teplo prechádza z jedného telesa na druhé, nie je vždy rovnaká, ale závisí od niekoľkých faktorov:

- veľkosti styčnej plochy medzi telesami, väčšia plocha – väčšia rýchlosť
- rozdielu teplôt na styku telies, väčší rozdiel teplôt – väčšia rýchlosť
- materiálov, z ktorých sú telesá vytvorené

Pozrime sa, ktoré z týchto faktorov môžeme ovplyvniť miešaním. Zloženie látky to asi nebude, zostáva teda veľkosť styčnej plochy a rozdiel teplôt na styku polievky a vzduchu. Miešaním sa zrejme trochu rozvíri hladina polievky a tým sa nepatrne zvýši veľkosť styčnej plochy. Toto zväčšenie je však nepatrné a nebude hrať rozhodujúcu úlohu pri urýchlení ochladzovania.

Podme sa teraz zamyslieť nad tým, či sa nejako zmení rozdiel teplôt medzi povrchom polievky a vzduchom, keď ju budeme miešať. Preskúmajme teda najskôr, ako vyzerá rozloženie teplôt v polievke, keď sa jednotlivé časti nepremiešavajú (pre jednoduchosť teraz vylúčime z našich úvah aj vlastné premiešavanie polievky) a ako sa zmení, keď polievku zamiešame. Najnižšiu teplotu bude mať polievka zrejme na mieste styku s okolitým vzduchom, pretože tam sa ochladzuje priamo polievka od vzduchu. Keď pôjdeme hlbšie, nižšia vrstvička polievky sa už nebude ochladzovať od studeného vzduchu, ale od vrstvičky polievky nad ňou. No a keďže každá vrstvička musí mať vyššiu teplotu ako vrstvička nad ňou, teplota bude smerom ku dnu taniera rásť³, ako môžete vidieť na obrázku 5. Možno vidíte, že polievka bude chladnúť veľmi pomaly. Teplotný rozdiel medzi vzduchom a hornou vrstvičkou je totiž veľmi malý – teplo bude len veľmi pomaly prechádzať z polievky do vzduchu.

Teraz však polievku zamiešame a budeme sledovať, čo sa stane. Zamiešaním sa teplota polievky v tanieri vyrovná, teplota hornej vrstvičky sa výrazne zvýši. To znamená, že sa výrazne zvýši aj rozdiel teplôt medzi vzduchom a polievkou a tepelná výmena sa podstatne urýchli.



Obr. 5: polievka pred a po zamiešaní

³V skutočnosti sa polievka neochladzuje len od vzduchu, ale ochladzuje sa aj od taniera. Mali by sme preto naše úvahy trochu poopraviť a povedať, že polievka má najvyššiu teplotu v strede a jej teplota klesá smerom ku krajom. Pre názornejšie vysvetlenie sme si však túto drobnú nepresnosť dovolili a veríme, že šikovný riešiteľ je schopný úvahu vhodne poopraviť.

Všímavý čitateľ v tomto momente poznamená, že by z toho všetkého malo vyplývať, že miešanie polievky urýchli jej chladnutie aspoň stonásobne, čo však v praxi nepozorujeme. Kde sa teda stala chyba? Nikde, len sme si neuvedomili, že polievka sa v skutočnom živote trochu mieša aj sama od seba. Je to spôsobené tým, že hustota polievky s teplotou klesá a preto teplé časti polievky stúpajú nahor a studené zas klesajú. Tomuto prirodzenému premiešavaniu sa cudzím slovíčkom hovorí konvekcia a vďačíme mu za to, že sa vychladnutia polievky v rozumnom čase dočkáme.

Zamyslime sa teraz nad tým, ako môže odparovanie polievky pomôcť jej chladnutiu. Vieme, že teplo je vlastne len náhodný pohyb častíc látky a látka má tým vyššiu teplotu, čím rýchlejšie jej častice kmitajú. Avšak nie všetky častice majú rovnakú rýchlosť, niektoré mali šťastie a vďaka drgnutiu od suseda sa pohybujú rýchlejšie ako priemer, iné vďaka drgnutiu do suseda svoju rýchlosť stratili a pohybujú sa pomalšie ako priemer. Na to, aby sa častica odparila, teda ušla z polievky, musí mať dostatočnú rýchlosť. Z polievky teda dokážu uletieť len tie častice, ktoré majú nadpriemernú rýchlosť. Lenže, keď stratíme časticu s nadpriemernou rýchlosťou, priemernú rýchlosť to zníži – teplota polievky klesne. Mysleli by sme si, že máme vyhraté, častica ušla, odniesla nám kúsok tepla a polievka sa nám ochladila. Lenže, nič ešte nie je isté, koľka častica, ktorá práve poletuje nad polievkou, si to náhodou môže namieriť späť do polievky a to teplo, ktoré svojím odchodom odniesla, svojím príchodom vráti späť. A presne v tomto momente nám môže pomôcť miešanie, lebo miešaním polievky rozvírime vzduch nad ňou, čím odfúkame častice vodnej pary poletujúce nad polievkou ďaleko preč. Tie sa už nebudú môcť vrátiť do polievky a nebudú ju môcť spätne ohriať.

Tento príklad bol veľmi náročný a preto nás príjemne prekvapilo, že niektorým z vás sa napriek tomu podarilo získať plný počet bodov. Päť bodov dostal od nás každý, kto správne popísal aspoň jeden z dvoch hlavných javov, ktoré sme spomínali. Drobné bodíky získali aj tí, ktorí príklad poňali experimentálne, ale úlohou bolo jav vysvetliť, preto nemohli získať plný počet bodov. Spomenutie vedľajších efektov, ako sú zväčšenie styčnej plochy, prípadne odvod tepla lyžičkou, sme odmeňovali väčšinou jedným bodom. S príkladom ste sa všetci popasovali statočne a tešíme sa na vás v ďalšej sérii!