Fyzikálny korešpondenčný seminár
2. ročník, 2008/2009
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Vážení pištíci,
viacerí ste nám písali, že príklady, ktoré zadávame, sa vám zdajú ťažké. Keďže sa nám akurát končí polrok, je možno dobré vyjasniť si, prečo je to tak. Fyzika patrí k najkrajším (podľa vyjadrenia dobrých fyzikov) a najťažším (podľa vyjadrenia všetkých) prírodným vedám a človek idúci sa ňou zaoberať by s tým mal rátať. Cieľom UFOnie je spôsobovať nikomu žalúdočné kŕče, ani nepokojný spánok – jednoducho chceme, aby ste – a to aj tí najšikovnejší z vás – mali dosť námetov na premýšľanie a na osobný rozvoj. Mám dnes akurát narodeniny a poviem vám, že je pekne depresívne vedieť, že každým ďalším rokom budete už len blbší a blbší. Chápte teda UFOako výzvu vyťažiť zo seba maximum a stať sa čo najmúdrejšími pred tým, než skončíte ako ja. Na záver, gratulujeme víťazom a tiež všetkým pozvaným na sústredko. Určite prídite, bude super.

Za vedúcich UFO

Tomáš Kulich

Seminár podporujú:
iuventa

Pravidlá a postihy (BUBUBU):

- Seminár je určený pre siedmakov, ôsmakov, deviatakov základných škôl a terciánov a kvartánov osemročných gymnázií (vzťahuje sa na nich to isté čo na siedmakov resp. ôsmakov). Siedmaci a ôsmaci sú zvýhodnení, a to dvoma spôsobmi: Ľahším príkladom, ktorý môžu riešiť iba oni (nie v každej sérii sa taký vyskytuje, tak ho zbytočne nehľadajte) a zároveň *prémiou vo výške* $0{,}03 \cdot D \cdot (M - D)$ bodov pre siedmakov a $0{,}015 \cdot D \cdot (M - D)$ bodov pre ôsmakov, kde D je dosiahnutý počet bodov a M je maximálny možný počet bodov v sérii (zvyčajne 20).
- Každý príklad píšte na *osobitný papier A4*, viacstranové riešenie zopnite spinkou. Inak u nás v UFO zavládne chaos!
- Na každý papier napíšte hore *hlavičku* s menom, triedou, školou a číslom príkladu.
- S prvou sériou nám pošlite aj *3 vypísané obálky formátu C5* s vašou adresou domov a s nalepenými *10 Sk známkami*, aby sme vám mohli posielať naspäť vaše riešenia a nové príklady.

☠ Príklady posielajte načas! Rozhoduje *termín odoslania* riešení. Za každý pracovný deň po termíne vám strhneme 1 bod. Po týždni už nemusíme príklady opraviť vôbec.

☠ Ak nepošlete obálky *C5* so známkami, odčítame vám *5* bodov, ktoré po ich dodatočnom poslaní dostanete späť.

Ako získavať veľa bodov?

Ako v mnohých iných súťažiach, aj tu platí jednoduchá zásada – písať všetko, čo o príklade vieš. Teda, aj keď nevieš celé riešenie, oplatí sa písať časti riešenia, názory, postrehy, pokusy. Nikto nečaká, že sa budeš vyjadrovať ako vyštudovaný fyzik!

Nemaj strach poslať iba niekoľko úloh. Iba málokto vypočíta všetky úlohy a dobre umiestniť sa dá aj s bodmi za menej úloh.

Píš čitateľne a tvoje riešenia budú opravené. Píš nečitateľne a tvoje riešenia budú tiež opravené. Ale predsa by si nás nechcel týrať.

Ak sa ti nepáči, ako bol príklad obodovaný, pripíš naň rozumný argument, prečo si myslíš že je hodný viac bodov a pošli späť. Opravovateľ sa zamyslí a možno aj preboduje.

Pokiaľ nepochopíš presne zadanie príkladu, môžeš sa e-mailom pýtať na podrobnosti! Pokiaľ máš prístup k internetu, oplatí sa tiež sledovať debatu zverejnenú na našej stránke (`http://www.fks.sk/`) Pokiaľ by bola v príklade nejaká vážnejšia nejasnosť, nebodaj chyba v zadaní, na debate sa zjaví opravené zadanie príkladu.

A hlavne, nenechávajte si príklady na poslednú chvíľu. Skúsenosti potvrdzujú, že za menej ako posledné dve chvíle sa UFO vyriešiť nedá.

Riešiť UFO?

+ Prečo nie?
+ Naberieš dačo do hlavy.
+ Spoznáš skvelých ľudí.
+ Dostaneš sa na sústredko.
+ Časom môžeš plynule prejsť na stredoškolské kategórie nášho seminára.

– Mohli by ti narásť zelené tykadlá.
– Po sústredku ti bude smutno, že bolo také krátke.
– Nebudeš môcť spávať od nedočkavosti, kedy ti príde opravená séria.

Vzorové riešenia 3. kola zimnej časti 2008/2009

3.1 Spotrebná úloha (opravovali — Halucinka a Paľo, vzorák Tomáš a Halucinka)

Kamoš má také super auto, ktoré má namakaný digitálny displej, kde mu ukazuje všetky možné údaje, ktoré by ho mohli zaujímať: Ako rýchlo ide, aké sú otáčky motora, koľko ľudí je v aute a akého sú pohlavia, kde stojí najbližšia policajná hliadka, v akom okruhu sa nenachádza štýlovejšie auto ako to jeho a mnohé iné. Zaujímavý je údaj o spotrebe. Keď auto stálo, no motor šiel na voľnobeh, na displeji svietila spotreba $0{,}5$ litra za hodinu. Keď sme sa pohli rovnomerným pohybom z mierneho kopca, pričom sme šli stále na voľnobeh (čiže motor pracoval rovnako ako pri státí) domýšľavá elektronika spotrebu okamžite prerátala a na palubnej doske zasvietil údaj 1 liter na $100\,\mathrm{km}$. Ako rýchlo sme išli z kopca?

Iste všetci uznáme, že mať takéto auto je neuveriteľne praktické. Ako sa píše v zadaní, auto v oboch prípadoch pracuje s rovnakým výkonom, a má teda rovnakú spotrebu (na čas). Podľa zadania je táto spotreba $0{,}5$ litra za hodinu.

V druhom prípade máme rovnakú spotrebu vyjadrenú ako 1 liter na $100\,\mathrm{km}$ – pomocou *dráhy*. Ak označíme rýchlosť auta ako v, tak tých $100\,\mathrm{km}$ by prešlo za čas $100\,\mathrm{km}/v$. Toto je teda *čas*, za ktorý auto minie 1 liter benzínu.

Máme teda jednu a tú istú spotrebu vyjadrenú dvoma spôsobmi a nič nám nebráni dať ich do rovnosti

$$\frac{0{,}5\,\mathrm{l}}{1\,\mathrm{h}} = \frac{1\,\mathrm{l}}{\frac{100\,\mathrm{km}}{v}}$$

a vyjadriť z nej

$$v = \frac{0{,}5\,\mathrm{l}}{1\,\mathrm{h}} \cdot \frac{100\,\mathrm{km}}{1\,\mathrm{l}} = 50\,\mathrm{km/h}$$

Celé sa to dalo povedať aj jednoduchšie:

Keď auto stojí, spotrebu má $0{,}5$ litra za hodinu. Teraz ak by auto prešlo dole kopcom rovnomerným pohybom $100\,\mathrm{km}$, podľa palubnej dosky by minulo 1 liter. Pritom sa spotreba nezmenila, takže túto dráhu muselo prejsť za 2 hodiny. Odtiaľ už hneď vidíme, že rýchlosť auta bola

$$v = \frac{100\,\mathrm{km}}{2\,\mathrm{h}} = 50\,\mathrm{km/h}$$

Komentár:

Veľmi ste nás všetci potešili. Riešenia boli skoro všetky vynikajúce. Najväčší problém vám robilo pochopiť zadanie. Keď ste ho už pochopili, tak ste sa raz – dva dostali k výsledku. Sme radi, že vám toto zadanie nakoniec nerobilo problém (ste jednoducho dobrí☺), avšak mierna výčitka z našej stany poputuje tým, čo veľmi nepopísali, čo spravili. Stačí jedna – dve vety na objasnenie toho, ako ste sa dostali k výsledku. Hlavne nech je vaše riešenie aspoň trošku zrozumiteľné pre nás. Tešíme sa na vás v lete. Majte sa krásne!

3.2 Človek na vážkach (opravovali — Maťo a Lenka)

Môj kamarát a umelec Braňuško, ktorý si od samej práce nevedel nájsť čas na šport, mal v poslednej dobe čoraz výraznejšie problémy s nadváhou. Preto sa potešil, keď si v časopise *The Eating Habits* prečítal článok o tom, ako zo seba zhodiť nejaké tie kilogramy navyše. Pointa zhadzovania kilogramov je nasledovná: Vezme dvojo váh a ľahkú, pevnú konštrukciu a postaví sa na ne podľa obrázku.

a) (2,5 boda) Akú hmotnosť si Braňuško prečíta na váhach, ktoré sa k nemu nachádzajú bližšie?

b) (2,5 boda) Kam sa má postaviť, ak chce „zhodiť" 20 kg, teda, ak chce, aby k nemu bližšia váha ukázala o 20 kg menej?

Rátajte si tým, že Braňuško je tažký umelec, váži presne 100 kg.

Má to ten huncút Braňuško ale dobre vymyslené! Väčšina z Vás dokonca prišla na to, ako presne to má mať všetko vymyslené, napr. využitím svojej (ženskej) intuície.

Nuže, skúsme pozorne počúvať, čo všetko nám takáto intuícia napovie. Napríklad by sme jej mohli uveriť, že súčet hmotností, ktoré sa nám ukážu na váhach 1 a 2, bude rovnaký, ako je hmotnosť samotného ťažkého umelca Braňuška[1] (hmotnosť ľahkej konštrukcie zanedbáme). Ak Braňuško váži $m = 100\,\mathrm{kg}$, potom súčet hmotností, ktoré ukazuje prvá váha (m_1) a druhá váha (m_2), je m:

$$m_1 + m_2 = m = 100\,\mathrm{kg}$$

Ako druhé nám môže pošuškať do uška, že čím bližšie je ťažký umelec k jednej z váh, tým väčšiu hmotnosť nám ukáže.[2] Mimochodom, všimnite si, že Braňuško si na bližšej z váh môže prečítať vždy len hmotnosť väčšiu ako polovica jeho váhy!

Používajme naďalej našu intuíciu: Ak si Braňuška postavíme do stredu veľmi ľahkej konštrukcie, celá situácia je symetrická a obe váhy budú zaťažené rovnako. Obe váhy ukážu $m/2$. Keď si svojho obľúbeného umelca postavíme priamo nad niektorú z váh, tak táto váha bude ukazovať celú jeho hmotnosť m. Druhá váha vtedy ukáže nulovú záťaž.

Čo však, ak stojí niekde inde? Pokiaľ si spomeniete na rovnováhu síl na páke, možno bez väčšieho rozmýšľania napíšete rovnicu

$$m_1 a_1 = m_2 a_2$$

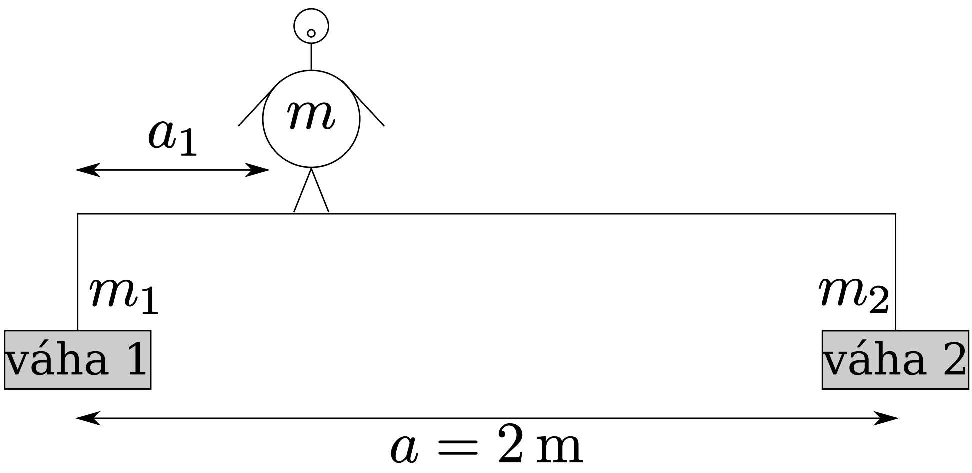
kde ako $a_{1,2}$ sme označili jeho vzdialenosť od oboch váh. Zrejme

$$a_1 + a_2 = a = 2\,\mathrm{m}$$

[1]Zo skúsenosti viete, že keď sa dvoma nohami postavíte na váhu, tak jedna noha tlačí, druhá noha tlačí a dokopy tlačia presne vašou tiažou. S dvoma rôznymi váhami je to podobné.

[2]Keďže súčet hmotností na váhach je vždy rovnaký, tak hmotnosť na váhe, od ktorej sa umelec vzdiali, sa zmenší.

Lenže na prvý pohľad tam páku nie je vôbec vidno. *Tak prečo táto rovnosť platí?*



Obr. 1: Braňuško na váhach

Predstavme si na chvíľu, že systém váh je zostrojený tak, že doska sa môže otáčať okolo osi nad prvou váhou[3] a na druhej váhe je položená. Takáto doska už naozaj *je* pákou. Braňuško ju zatláča nadol momentom sily $M = mga_1$ a váha 2 ju odtláča nahor momentom sily $M_2 = m_2ga$.[4] Tieto dva momenty síl sú v rovnováhe, takže musí platiť

$$\begin{aligned} M &= M_2 \\ mga_1 &= m_2ga \\ m_1ga_1 + m_2ga_1 &= m_2ga_1 + m_2ga_2 \\ m_1a_1 &= m_2a_2 \end{aligned}$$

Mimochodom, skúste si ten istý výsledok dokázať za predpokladu, že doska sa otáča okolo druhej váhy. Znovu dostanete túto rovnosť. A dostali by ste ju, aj keby ste si za bod otáčania zvolili hocijaký iný bod dosky – napríklad ten, na ktorom stojí Braňuško. Vtedy dostávame túto rovnicu priamo.

Keď už všetci veríme, že tam naozaj *máme* páku, môžeme rovnicu smelo používať. Mimochodom, všimnite si, že pri dôkaze rovnosti nám hneď v druhom riadku vyšla iná užitočná rovnica

$$ma_1 = m_2a$$

a zo symetrie (je na nás, ktorú váhu označíme číslom 1 a ktorú číslom 2) tiež

$$ma_2 = m_1a$$

[3] To nie je zlá predstava. Veď doska položená na drsnej podložke sa dá okolo svojej hrany susediacej so zemou jednoducho otáčať.

[4] Podľa zákona akcie a reakcie je každé silové pôsobenie dvoch telies vzájomné. My sme teraz využili skutočnosť, že akou silou tlačí doska na váhu, takou silou tlačí aj váha na dosku (ale opačným smerom) – teda silou m_2g.

Využitím predposlednej rovnice pre $a_1 = 0{,}5\,\mathrm{m}$ a $m = 100\,\mathrm{kg}$ dostávame

$$m_2 = m\frac{a_2}{a} = \frac{100\,\mathrm{kg}}{4} = 25\,\mathrm{kg}$$

a teda $m_1 = m – m_2 = 75\,\mathrm{kg}$ a to si aj Braňuško v prvej časti našej úlohy na *bližšej* váhe prečíta.

Keby chcel zhodiť presne 20 kg zo svojej ťažkej umeleckej hmotnosti (100 kg), musel by svoju váhu rozložiť tak, aby $m_1 = 80\,\mathrm{kg}$ a $m_2 = 20\,\mathrm{kg}$. Z tej istej rovnice ako v predošlom prípade dostávame $a_1 = a\frac{m_2}{m} = 0{,}4\,\mathrm{m}$.

K hodnoteniu hádam len toľko, že ak ste použité rovnice nevysvetlili, musíte sa uspokojiť s najviac štyrmi bodíkmi.

3.3 Pasta (opravovali — Judita a Aďa)

Jedlo s vodou je základ života. Ale i zubného kazu! A aby ste získali lepší odhad, kedy budete musieť najbližšie zájsť do obchodu, skúste odhadnúť, aký dlhý pás zubnej pasty sa dá vytlačiť z nepoužitej 75 mililitrovej tuby zubnej pasty *Odol Herbal*.

K vyriešeniu tejto úlohy si stačilo položiť jednu základnú otázku. Čo sa stane s pastou, keď prejde kruhovým otvorom tuby, v ktorej je uložená? Ako sa mnohí z vás správne dovtípili, sformuje sa do podoby valca. A čo o tomto valci vieme?

Za predpokladu, že vytlačíme všetku, ale naozaj úplne všetku pastu, poznáme jeho objem. Podľa zadania máme totiž $75\,\mathrm{ml} = 75\,\mathrm{cm}^3$ pasty. Tento údaj nám ale na výpočet nestačí. My však o tomto valci vieme ešte niečo! Že čo? No veď čo má pás tvaru valca, ktorý nám každý deň tróni na zubnej kefke, spoločné s tubou, z ktorej je vylovený? Keďže vznikajúci valcovitý pás je tvarovaný otvorom tuby, budú mať tieto zrejme rovnaký kruhový prierez.

Tu nastáva kameň úrazu. Vnútorný priemer otvoru sa vo vašich riešeniach neuveriteľne líši. To by človek neveril, že tá istá pasta môže mať priemer od 0,5 cm až po 1 cm. Pritom práve tu si veľké nepresnosti dovoliť *nemôžeme.* [5] V takom prípade je dobré meranie viackrát zopakovať a z nameraných hodnôt vypočítať priemer. My sme tak učinili posuvným meradlom[6] a vyšlo nám, že vnútorný priemer otvoru tuby je dostatočne presne $d = 0{,}75\,\mathrm{cm}$.

Čo s tým? Vieme, že pre objem valca platí vzťah $V = S_p l$, kde S_p je obsah kruhového prierezu (podstavy) valca – $S_p = \pi d^2/4$ a l jeho dĺžka – to, čo chceme zistiť. Úpravou týchto rovníc dostávame

$$l = \frac{V}{S_p} = \frac{V}{\pi\frac{d^2}{4}} = \frac{4V}{\pi d^2},$$

čo po dosadení číselných hodnôt dáva hľadanú dĺžku $l \approx 170\,\mathrm{cm}$.

[5] Ak s presnosťou na $\pm 1\,\mathrm{mm}$ zmeriam dlhú tyč, meranie je veľmi presné. Ak ale s presnosťou na $\pm 1\,\mathrm{mm}$ zmeriam predmet „milimetrových“ rozmerov (napr. 5 mm), chyba je obrovská (v danom prípade napr. $\pm 20\,\%$). Takúto nepresnosť môžeme očakávať aj vo výsledku výpočtu, v ktorom sme nepresnú hodnotu dĺžky použili.

[6] Bežné posuvné meradlo meria s presnosťou na desatiny milimetra.

Tento výsledok však celkom nezodpovedá skutočnosti. Pri jeho výpočte sme nemysleli na dve veci:

1. Počítali sme s tým, že sme z tuby vytlačili úplne všetku pastu. To však nie je pravda, pretože na jej stenách vždy zostanú nejaké tie zvyšky (ich množstvo závisí od voľby stratégie pri vytláčaní ⌣̈). To znamená, že náš pás bude mať v skutočnosti o niečo menšiu dĺžku. To ale stále nemusí byť pravda, pretože…

2. Keď pastu vytláčame na podložku, pasta sa o ňu zachytáva.[7] Keď rýchlosť vytláčania pasty a rýchlosť, ktorou hýbeme tubu pri vytláčaní nezvolíme optimálne, bude sa náš valec deformovať (bude natiahnutý alebo stlačený). Objem pasty je ale stále ten istý. To znamená, že z tuby vieme vytlačiť aj dlhší (ale tenší), aj kratší (ale hrubší) pás, než sme vypočítali. Náš výsledok, je teda akási „priemerná“ hodnota.

K vašim riešeniam:

Mnohí z vás prišli na správne riešenie, ale zle si odmerali priemer pasty. Za to sme strhávali pol bod. Tak isto sme strhli pol bodu, ak ste použili inú pastu, než sa spomína v zadaní, pretože sme nemali možnosť si overiť presnosť vášho merania. Zadanie bolo jasné a druh pasty, s ktorou bolo treba pracovať, sa nemal odignorovať. Napokon, 5bodové riešenie by malo obsahovať aj nepresnosti, ktorých sme sa pri riešení dopustili. Ak tam chýbali, aj za to šli dole nejaké polbodíky.

3.4 Veverica (opravovali — Marika a Samo)

Každú jeseň chodíme celá rodinka na chatu na vidiek. A nebudete mi veriť, ale náš sused je schizofrenik. Raz napríklad doobeda pozbieral orechy a hneď poobede, keď už žiadne nevedel nájsť, nadobudol presvedčenie, že mu ich pokradli veveričky. Vyliezol na strom do trojmetrovej výšky a začal striehnuť s polkilovým okozubom v ruke. Po nejakom čase z diery v strome vyliezla veverica a začala bežať rýchlosťou v *rovnomerne priamočiaro* od stromu. V tom istom momente hádže sused okozubom. Akou rýchlosťou u ho má hodiť, ak chce vevericu trafiť a ak hádže pod uhlom 45 ° nadol? Odpoveď poriadne zdôvodni.

Milí naši ufáci, okozuby sú zákerné vecičky a aj tento príklad bol zákerný. Väčšina z vás pri riešení tohto príkladu zabudla na tetu gravitáciu a neuvedomila si, že okozub sa nebude pohybovať po priamke[8]

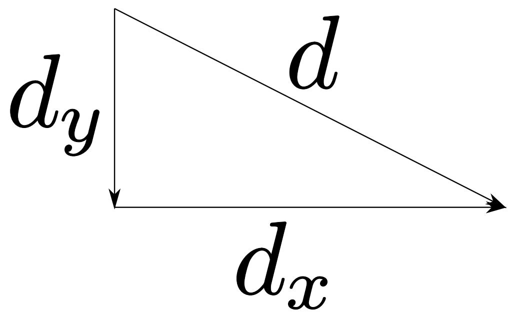
Skôr, než sa pustíme do riešenia samotného príkladu, naučíme sa jednu fintu – pozrieme sa, ako sa dá rýchlosť telesa rozložiť na viacero častí. Všimnime si, že keď sa teleso pohne šikmo o vzdialenosť d, dostane sa na to isté miesto, ako keby sa najskôr pohlo vodorovne o vzdialenosť d_x a potom zvislo o vzdialenosť d_y, ako je naznačené na obrázku 2. No a keďže d_x a d_y sú na seba kolmé, musí platiť Pytagorova veta:

$$d_x^2 + d_y^2 = d^2$$

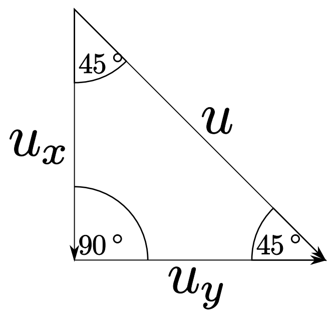
[7] Praktická realizácia so sebou často prináša problémy.
[8] Krivka, po ktorej sa okozub pohybuje, sa volá parabola.

Vidíme, že namiesto toho, aby sme sa na teleso pozerali ako na niečo, čo sa pohlo šikmo, môže byť často jednoduchšie tváriť sa, že sa pohlo o nejaký kus vo vodorovnom smere a o nejaký kus v zvislom smere. Rovnaký prístup sa dá použiť aj pri rýchlostiach. Predpokladajme, že sa naše teleso pohybuje rýchlosťou v rovnakým smerom ako v predošlom prípade a že za nejaký čas t prejde už spomínanú dráhu d. My už vieme, že je to to isté, ako keby prešlo vodorovne dráhu d_x a zvislo dráhu d_y. Nič nám však nebráni označiť si $v_x = \frac{d_x}{t}$ a $v_y = \frac{d_y}{t}$. A, ejha, finta! Zrazu vidíme, že miesto toho, aby sme hovorili, že teleso sa hýbe šikmo rýchlosťou v môžeme rovnako dobre tvrdiť, že sa hýbe rýchlosťou v_x vo vodorovnom smere a rýchlosťou v_y v zvislom smere. Šikovný riešiteľ si ešte premyslí, prečo musí Pytagorova veta platiť aj pre rýchlosti, teda že platí:

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2$$



Obr. 2: Rozklad posunutí



Obr. 3: Trojuholník rýchlostí

Ešte sa pozrime, ako ovplyvňuje sila pohyb vecí (nielen gravitačná, nielen okozubov). Najjednoduchší prípad je, keď na začiatku teleso stojí v pokoji. Vtedy sa začne pohybovať v smere, akým pôsobí sila a postupne naberá stále väčšiu a väčšiu rýchlosť. Veľmi podobne to vyzerá, keď sila pôsobí v rovnakom smere, ako je smer pohybu telesa na začiatku – teleso sa pohybuje ďalej, ale jeho rýchlosť sa zväčšuje. Ak sa teleso na začiatku hýbalo presne opačným smerom, ako pôsobí sila, bude spomaľovať, kým sa nezastaví a potom sa opäť rozbehne v smere pôsobenia sily. Ak však smer pohybu telesa nie je rovnobežný s pôsobiacou silou, situácia sa trošku komplikuje. Aby sme mohli popísať jeho pohyb, musíme najskôr rýchlosť rozložiť na zložku, ktorá ma rovnaký smer ako pôsobiaca sila a na zložku, ktorá je na silu kolmá. A dozvedáme sa (celkom intuitívny) fakt, že rovnobežná zložka rýchlosti bude ovplyvnená silou tak, ako v predošlých prípadoch[9] zložka rýchlosti, ktorá bola kolmá na silu nebude silou vôbec nijako ovplyvnená! Toto je veľmi dôležitý poznatok, pretože nám umožňuje jednoducho popisovať inak zložitý pohyb telesa, na ktoré pôsobí sila. Stačí, keď jeho pohyb rozdelíme na pohyb v smere kolmom na silu a pohyb v smere rovnobežnom s pôsobiacou silou.

[9] Presnejšie sa dá povedať, že sila udeľuje telesu zrýchlenie veľkosti $a = F/m$. Pre kilogramové teleso, na ktoré pôsobí sila $1\,\mathrm{N}$ to znamená, že každú sekundu sa mu rýchlosť zväčší o $1\,\mathrm{m/s}$.

Teraz, keď už vieme, ako sila ovplyvňuje pohyb okozubu, môžeme sa pustiť do riešenia úlohy zo zadania. To, že okozub trafí vevericu, znamená, že budú v rovnakom čase na rovnakom mieste. Keďže sused hodil okozub vtedy, keď veverica vyštartovala, čas letu okozubu a čas behu veverice budú rovnaké. O dráhach sa to už povedať nedá, vieme ale, že budú oba na zemi, rovnako ďaleko od stromu. Na let okozubu sa nám preto bude lepšie pozerať, keď budeme zisťovať iba to, ako sa posúval vo vodorovnom a zvislom smere.

Najprv rýchlo vybavme zvislý smer. Keďže hádžeme smerom nadol, na začiatku v ňom okozub nejakú tú rýchlosť už má. A ako každá vec, čo má hmotnosť, aj on padá. Z vlastnej skúsenosti a toho, čo sme už o sile povedali, viete, že nepadá rovnomerne, ale zrýchľuje. Nemusí nás trápiť, ako presne vyzerá pohyb vo zvislom smere, dôležité je, že v tomto smere sa nepohybuje rovnomerne, čo ste si mnohí nevšimli.

Vodorovný smer je o niečo krajší. Ľahko si môžeme všimnúť, že okozub musí mať vodorovnú zložku rýchlosti rovnú rýchlosti veverice. Keby bola jeho vodorovná zložka rýchlosti väčšia, tieň, ktorý vrhá na zem (je práve pravé poludnie) by čoskoro predbehol vevericu a keďže okozub nemôže dopadnúť mimo svoj tieň[10], nemohol by ani okozub trafiť veveričku. Prečo nemôže byť rýchlosť okozubu menšia, si rozmyslite na domácu úlohu! Ak označíme vodorovnú zložku rýchlosti okozubu u_x, môžeme zistený poznatok zapísať rovnicou:

$$u_x = v$$

Posledná vec, ktorú musíme urobiť je zistiť, aké musí byť u, keď poznáme u_x. A tu prichádza na rad trojuholník, ktorý nakreslilo asi 90 % z vás (obrázok 3). Takto vyzerajú rýchlosti tesne po hodení okozubu, ako letí, tak u_y narastá a uhol 45 ° sa pokazí, ale to nás nemusí trápiť. Z Pytagorovej vety, vďaka tomu že trojuholník so 45°uhlom je rovnoramenný dostávame:

$$v^2 + v^2 = u^2$$

$$u = \sqrt{2v} \approx 1{,}4v$$ [11]

K tomuto výsledku prišla väčšina z vás. Žiaľ, museli sme strhnúť polovicu bodov za nesprávny postup. Poučenie je, že vo fyzike sa treba zaujímať hlavne o to, čo sa deje okolo nás a nie len o vzorce zo školy $\ddot\smile$

[10] Predstavte si tú srandu, sedíte na zemi a váš tieň si sedí desať metrov vedľa

[11] a to sa dá napísať aj ako $\frac{1}{\cos 45°}$

Výsledková listina po 3. kole zimnej časti 2008/2009

	Meno	Škola	Trieda	3.1	3.2	3.3	3.4	☠	Σ_3	Σ
1.	Batmendijn Eduard	ZŠsvCM SL	7.	5,00	5,00	4,00	2,50	0	18,23	58,57
2.	Ivan Lukáš	GJH	tercia A	5,00	3,80	4,20	2,50	0	17,59	56,19
3.	Hostačný Peter	ZŠ JAK BN	9.C	5,00	5,00	4,10	2,50	0	16,60	53,20
4.	Hruška Monika	G Hlohovec	Kvarta	5,00	3,50	3,50	5,00	0	17,00	52,90
5.	Brutovská Jana	ZŠ Kežmarok	8.C	5,00	4,20	4,00	2,00	0	16,29	51,80
6.	Matejovičová Tatiana	GAMČA BA	kvarta	5,00	2,50	4,50	2,50	0	15,70	51,22
	Velichová Barbora	ZŠ Senec	7.B	0,50	4,50	4,10	2,50	0	14,52	51,22
8.	Šubjak Ján	G POH DK	tercia	5,00	3,50	2,10	0,50	0	14,06	51,19
9.	Surovčík Juraj	G POH DK	kvarta	5,00	3,00	4,50	2,50	0	16,13	50,94
10.	Krajčírová Nicole	GJH	tercia A	5,00	5,00	1,00	3,50	0	16,89	50,67
11.	Smolík Martin	GAMČA BA	kvarta	5,00	3,50	3,90	3,00	0	16,46	50,65
12.	Smolík Milan	GAMČA BA	kvarta	5,00	3,00	3,90	3,00	0	16,04	50,06
13.	Smolík Michal	GAMČA BA	kvarta	5,00	4,00	3,30	4,00	0	17,20	49,82
14.	Jančarová Simona	ZŠ Strážske	8.A	5,00	5,00	4,00	0,50	0	15,70	48,98
15.	Strakáčová Jana	GAMČA BA	kvarta	5,00	4,50	4,00	2,50	0	16,96	48,92
16.	Glanc Daniel	Gamča	kvarta	5,00	3,30	3,40	1,50	0	14,55	48,85
17.	Bnukker Filip	ZŠ Mudroňova BA	7.A	5,00	3,00	3,90	2,00	0	16,44	48,43
18.	Ivanova Albena	GAMČA BA	kvarta	5,00	3,00	4,00	2,50	0	15,70	48,04
19.	Šlachtič Maroš	G Pankúchova BA	tercia	5,00	1,50	3,30	2,50	0	15,14	47,79
20.	Bednár Stanislav	GJH	tercia A	4,50	1,80	3,40	4,70	0	16,82	47,64
21.	Pellerová Daniela	GAMČA BA	kvarta	5,00	3,60	4,00	2,50	0	16,21	47,32
22.	Magyarová Zuzana	G BST LC	Tercia	5,00	3,10	3,50	3,00	0	16,97	45,71
23.	Reháková Mária	Gamča	kvarta	5,00	3,00	4,50	2,50	0	16,13	45,02
24.	Bock Michal	Gamča	kvarta	1,50	1,00	3,50	2,00	0	9,44	44,66
25.	Balážová Michaela	ZŠ Školská BnB	8.A	5,00	4,00	4,80	2,50	0	17,20	44,20
26.	Macko Michal	G POH DK	kvarta	5,00	3,00	1,20	2,50	0	13,16	43,72
27.	Veľasová Eva	ZŠ Školská BnB	8.A	5,00	2,50	4,70	2,50	0	15,87	43,68
28.	Petrucha Jaroslav	Metodova, BA	kvarta A	3,50	4,20	4,00	-	0	13,16	43,66
29.	Rožnovják Martin	Hlohovec	8.A	5,00	3,00	3,00	2,50	0	14,82	43,59
30.	Kožiaková Terézia	G BST LC	tercia	0,50	4,80	0,50	2,50	0	11,21	42,60
31.	Gašpárek Miroslav	ZŠ NamSlob BA	7.A	2,50	2,00	4,00	2,20	0	13,69	42,52
32.	Kováčová Radka	G BST LC	tercia	4,50	3,50	4,00	2,50	0	16,89	42,45
33.	Bačinská Irena	G Lipany	tercia	5,00	1,30	3,70	0,50	0	13,49	41,28
34.	Bartková Tamara	G LS TN	tercia	-	2,70	3,30	2,50	0	11,43	40,90
35.	Kren Michal	ZŠ a MŠ Česká BA	9.A	5,00	2,00	3,50	2,00	0	12,50	39,60
36.	Šinková Barbora	G BST LC	tercia	4,00	1,00	0,50	0,50	0	8,52	38,46
37.	Marko Michal	ZŠ Školská BnB	8.A	2,00	3,50	4,50	2,50	0	13,91	38,20
38.	Koczánová Eva	ZŠ AK Levice	8.B	5,00	2,00	0,50	2,50	0	11,50	37,47
39.	Chochula Michal	ZŠ Bojná	8.A	5,00	4,00	3,50	0,50	0	14,37	36,18
40.	Perešíni Martin	ZŠ Radvanská BB	8.D	5,00	3,00	3,80	2,50	0	15,52	35,95
41.	Pavlovičová Eliána	ZŠ AK Levice	8.B	5,00	1,50	0,60	2,50	0	11,10	35,74
42.	Nakhlé Amin	ZŠ Mudroňova BA	9.A	5,00	2,50	3,90	2,50	1	12,90	35,40
43.	Jenča Matúš	ZŠ Karloveská BA	7.B	4,50	-	4,00	2,50	0	13,97	35,27
44.	Brigant Martin	ZŠ Senec	9.D	5,00	3,30	1,50	4,50	2	12,30	33,40
45.	Meliška Matej	Mikušovce	8	4,50	0,00	2,30	1,00	0	9,23	31,38
46.	Puterka Jakub	ZŠ Školská BnB	7.B	5,00	1,00	2,00	0,00	0	10,88	31,33
47.	Benková Jana	ZŠ Obch Zohor	9	5,00	2,00	2,30	2,50	0	11,80	31,30
48.	Bútová Paulína	G BST LC	tercia	-	-	-	-	0	0,00	31,16
49.	Števanková Jana	ZŠ Školská BnB	7.B	5,00	2,00	2,00	2,50	0	14,43	30,92
50.	Drobena Peter		7.B	-	-	-	-	0	0,00	30,74
51.	Kollár Dan	GAMČA BA	kvarta A	4,00	4,00	4,00	2,50	0	15,70	29,99
52.	Matloňová Natália	ZŠ Partizánske	9.A	5,00	2,00	3,20	-	0	10,20	29,80
53.	Mikoláš Marek	Mikušovce	8	2,50	0,00	3,70	-	0	7,48	29,57
54.	Hlaváč Ďurán Dominik	G Dobšiná	kvarta	5,00	2,00	2,50	-	0	11,00	29,38
55.	Ďurišová Barbora	ZŠ Školská BnB	7.B	4,50	0,50	0,50	0,00	0	7,89	28,11
56.	Andrášová Adriána	G LS TN	kvarta	-	4,50	3,50	-	0	9,44	26,63
57.	Hodulová Pavlína	G PdC PN	tercia	-	-	3,90	-	0	5,78	26,48
58.	Janík Mário	Mikušovce	9.A	5,00	2,50	0,00	0,50	0	8,00	25,60

	Meno	Škola	Trieda	3.1	3.2	3.3	3.4	☠	Σ_3	Σ
59.	Kebis Samuel	ZŠ Pezinok	8.C	-	-	-	-	0	0,00	24,37
60.	Kuchariková Dominika	Kpt. Nálepku NMnV	7.C	-	1,00	3,90	-	0	7,12	22,41
61.	Melicherová Vladana	Lučenec	tercia	-	-	-	-	0	0,00	21,80
62.	Vigoda Tomáš	ZŠ Školská BnB	7.B	0,50	1,50	0,00	0,30	0	3,52	20,15
63.	Letková Veronika	Mikušovce	9.A	5,00	2,50	0,10	0,50	0	8,10	20,10
64.	Hapáková Lenka	ZŠ Ivanka/pDunaji	9.A	-	-	-	-	0	0,00	19,80
65.	Tomka Samuel	ZŠ Školská BnB	7.B	-	-	-	-	0	0,00	19,64
66.	Kušnier Adrián	ZŠ Školská BnB	7.B	-	-	-	-	0	0,00	19,05
67.	Ivanov Marián	GJH	Kvarta A	-	-	-	-	0	0,00	18,44
68.	Vajdová Kristína	G BST LC	tercia	-	-	-	-	0	0,00	18,13
69.	Dichťaruk Andrij		7.B	0,00	1,00	0,00	0,00	0	1,57	17,92
70.	Čánik Christian	ZŠ Mudroňova BA	7.A	-	-	-	-	0	0,00	17,92
71.	Kováčová Michaela	G PdC PN	tercia	-	-	-	-	0	0,00	17,40
	Spodniaková Adriána	G BST LC	tercia	-	-	-	-	0	0,00	17,40
73.	Švec Tomáš	ZŠsvV Vráble	8.	-	-	-	-	0	0,00	16,44
74.	Maliková Lucia	ZŠaMŠ LT		4,50	2,50	0,50	0,50	0	8,00	15,80
75.	Hančinová Katarína	ZŠ GD Gal	8.A	-	-	-	-	0	0,00	15,58
76.	Šmírová Veronika	ZŠ Poltar	8.A	-	-	-	-	0	0,00	15,20
77.	Spišák Jozef	ZŠ Slanec	7.B	-	-	-	-	0	0,00	14,78
78.	Jurík Milan	ZŠ Mudroňova BA	9.A	-	-	-	-	0	0,00	14,70
79.	Mahely Dominik	Galanta	8.B	-	-	-	-	0	0,00	14,56
80.	Antalová Nina	G BST LC	tercia	-	-	-	-	0	0,00	14,40
	Pazzelt Erik	ZŠ Mudroňova BA	7.A	-	-	-	-	0	0,00	14,40
82.	Jablonický Dodo	ZŠ Mudroňova BA	7.A	-	-	-	-	0	0,00	12,77
83.	Tomíková Adelka	ZŠ Mudroňova BA	9.A	-	-	-	-	0	0,00	12,60
84.	Belicová Lucia	ZŠ Partizánske	8.A	-	-	-	-	0	0,00	11,34
85.	Chromeková Petra	ZŠ NamSlob BA	8.A	-	-	-	-	0	0,00	10,91
86.	Kršiak Dávid	ZŠ Kozárovce	9	-	-	-	-	0	0,00	10,50
87.	Pivovarník Roman	G Mudroňova PO	tercia	-	-	-	-	0	0,00	10,18
88.	Peniašková Jana		9	-	-	-	-	0	0,00	10,00
89.	Chudáčik Jakub	ZŠ Pata	7.B	-	-	-	-	0	0,00	9,94
90.	Urbánek Michal	ZŠ Holíčska BA	6.A	-	-	-	-	0	0,00	9,33
91.	Grell Martin	ZŠ GD Gal	9.A	-	-	-	-	0	0,00	9,10
	Hruška Michal	ZŠ Holíčska BA		-	-	-	-	0	0,00	9,10
93.	Virgovič Braňo	ZŠ Pezinok	8.C	-	-	-	-	0	0,00	8,91
94.	Klefflerová Lenka	ZŠ Poltar	8.A	-	-	-	-	0	0,00	8,47
95.	Sokol Peter	ZŠ a MŠ Báhoň	9.A	-	-	-	-	0	0,00	6,50
96.	Franko Richard	ZŠ Slanec	8.B	-	-	-	-	0	0,00	6,43
97.	Šandor Dávid	ZŠ Slanec	8.B	-	-	-	-	0	0,00	5,61
98.	Staruch Andrej	GAMČA BA	kvarta	-	-	-	-	0	0,00	3,81
99.	Michaleková Lucia	ZŠ Senec	7.D	-	-	-	-	0	0,00	2,38
	Turcárová Miriam	ZŠ Senec	7.D	-	-	-	-	0	0,00	2,38
101.	Barantal Ľubomír	ZŠ Pata	7.A	-	-	-	-	0	0,00	1,60
102.	Škorcová Dominika	ZŠ JAK BN	9.B	-	-	-	-	0	0,00	1,50
103.	Ondisová Paula	ZŠ Bardejov	8.B	-	-	-	-	0	0,00	1,30
104.	Korbová Silvia	ZŠ Bardejov	9.A	-	-	-	-	0	0,00	1,00
105.	Bangová Robina	ZŠsMŠ Kub LC	9.	-	-	-	-	0	0,00	0,00