Fyzikálny korešpondenčný seminár
2. ročník, 2008/2009
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Ahoj Ufáci,

prišla jar, všetko sa prebúdza, tak sa prebudili aj Vaši usilovní vedúci a pripravili si pre Vás zadania ďalšej série problémov, ktoré im už nedajú spávať. Hádam aj vo Vás zobudia zvedavosť. Svieže jarné príkladíky už totiž netrpezlivo čakajú len na Vás. Tak si ich na Veľkú noc príliš nepooblievajte. Sušené príklady predsa len nie sú to isté čo čerstvé, voňavé, práve vymyslené. Tak čo, necháte sa zlákať? Ak sa posnažíte, čaká Vás úžasné sústredenie. Ale predbiehame, ešte veľa vody pretečie, hlavne počas Veľkonočného pondelka, kým sa skončí letná časť. Ešte dvakrát budete bežať v pondelok večer na poštu zaslať UFO. Ešte dvakrát budete netrpezlivo čakať na opravené riešenia, a dychtivo čítať každé slovíčko zo vzorových riešení, aby ste sa čo najviac naučili. Tak si teda plnými dúškami užívajte slnka, vody, fyziky a iných krásnych vecí a my sa zatiaľ budeme tešiť, čo pekného vymyslíte.

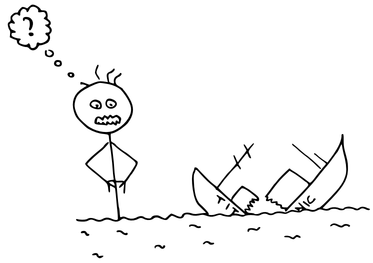
Vaši vedúci

Seminár podporujú:

Zadania 2. kola letnej časti 2008/2009

Termín: 20. 4. 2009

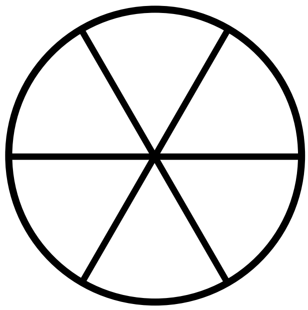
2.1 Titanik (5 bodov)



Halucinka je veľký fanúšik Titaniku. Keďže model v skutočnej veľkosti by sa jej nezmestil do vane, rozhodla sa, že si vyrobí taký malý, ktorý bude mať dĺžku asi 20 cm. Spraví ho jednoducho tak, že si zoženie konštrukčné plány pôvodnej lode a spraví presne takú istú loď z presne takých istých materiálov, akurát každý rozmer niekoľkonásobne zmenší tak, aby aby dĺžka lode bola príslušných 20 cm. Bude Halucinkin výsledný výtvor plávať? Prečo?

2.2 Koleso (5 bodov)

Predstavte si takéto. Ste režisérom vysokorozpočtového filmu a máte starostí nad hlavu. Herci prichádzajú do práce nevyspatí a pod vplyvom alkoholu. Rekvizity sú nekvalitné a rozpadajú sa vám pod rukami. Nestíhate deadline a váš finančný partner sa vám vyhráža, že stiahne svoje financie z projektu. Hlavnej herečke sa na líci vyhodil pupák a teraz odmieta predstúpiť pred kamery. A navyše, občas sa stane, že keď snímate kamerou točiace sa koleso, vo výslednom filme sa koleso netočí vôbec, ba čo viac, niekedy sa dokonca točí dozadu. Vysvetlite, ako je to možné a zistite, pre akú najmenšiu rýchlosť otáčania kolesa (koľko otáčok za sekundu) bude koleso na filme stáť. Predpokladajte koleso také ako na obrázku. Film sa točí kamerou, ktorá berie 24 obrázkov za sekundu (teda, ako keby 24 krát za sekundu odfotí celú scénu).



Obr. 1: Filmárske koleso

2.3 Vajco (5 bodov)

Vo FKS máme vajcia. Uvarené v rýchlovarnej kanvici sa stávajú každodennou proteínovou zásobárňou matfyzom unaveného FKSáka. A pri takom olovrante človeka začnú napadať veci… Napríklad: Vezmite vajce a nejako ho upevnite na stôl tak, aby stálo na svojej širšej špičke. Priamo zhora naň zatlačte doskou. Odmerajte:

a) Aká sila je potrebná na rozbitie vajca?

b) Ako veľmi túto hodnotu ovplyvní, ak vajce vyfúkneme?

Prípadný rozdiel medzi hodnotami v a) a b) stručne vysvetlite.

2.4 Pevný krok (5 bodov)

Samo sa minule prechádzal po nábreží a zrazu vidí po Dunaji plávať Titanik. „To by sa Halucinka potešila, keby tu bola," blyslo Samovi hlavou. Tak si povedal, že aspoň zistí, aká je tá loď dlhá. Nič nie je jednoduchšie. Odkedy sa Samovi stala nepríjemná príhoda s Ukrajinskými policajtmi[1], má jeho krok dĺžku presne 90 cm a tak Samuel nemá problém odkrokovať hocičo. Postavil sa zarovno zadnej časti lode a krokoval smerom dopredu. Keď prešiel vzdialenosť $a = 140\,\mathrm{m}$, dobehol akurát prednú časť lode. Samuel však tuší, že jeho meranie nebude ktovieako správne – pokiaľ krokoval, loď sa predsa hýbala! Preto sa hneď otočil a krokoval smerom naspäť. Tentoraz krokoval proti pohybu lode a preto kým prišiel zase zarovno jej konca, nakrokoval iba $b = 60\,\mathrm{m}$. Spokojný s priemernou hodnotou 100 metrov zanechal meranie a odišiel.

a) Očakávali by ste že loď bude mať menšiu, väčšiu alebo presne takú dĺžku ako Samo zistil?

b) Aká dlhá je loď?

Predpokladajte, že celý čas sa Samo aj loď pohybovali rovnomernými pohybmi. Úlohu skúšajte riešiť čo najvšeobecnejšie – skúste sa dopracovať k vzorcu v ktorom budú len hodnoty a, b. Avšak fajn bude aj to, ak úlohu zrátate pre konkrétne zadané hodnoty.

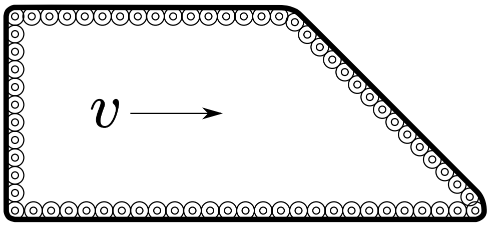
[1] Policajtom sa nepáčilo ako Samo na nich zazerá, tak mu povedali že alebo zacvaká 100 €, alebo môže ďalej ísť pešo. Samo na to, že čo to má znamenať, a to už stál v brezovom háji a vlak fujazdil ďalej. A tak si Samo užil nedobrovoľnú celonočnú hru. Po tom ako ráno konečne dorazil do najbližšej dediny má jeho krok dĺžku presne takú ako vzdialenosť dvoch susedných železničných pražcov…

Zadania 3. kola letnej časti 2008/2009

Termín: 18. 5. 2009

3.1 Tank (5 bodov)

Predstavte si tank, ktorý sa pohybuje po zemi rýchlosťou v. Tank má pás, ktorý vyzerá tak, ako na obrázku 2. Ktorým smerom a akými veľkými rýchlosťami sa pohybujú jednotlivé kusy pásu tanku? Sklon prednej časti pásu je 45°.



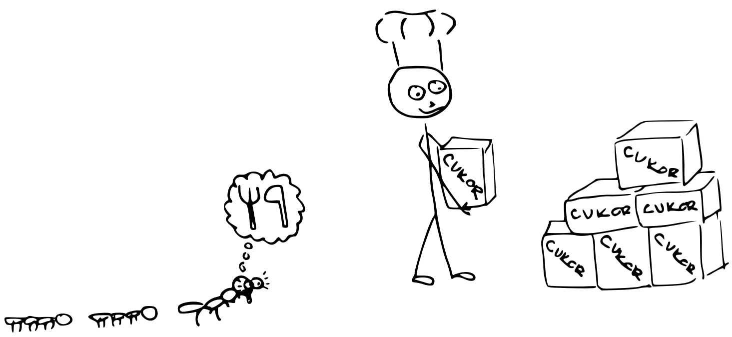
Obr. 2: Tank

3.2 Cukor (5 bodov)

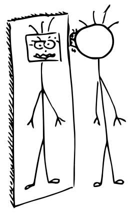
Bea by rada upiekla Fajovi tortu do ktorej treba dať 1 dcl kryštálového cukru. Koľko cukru to ale naozaj je? Inými slovami, ak vezmete 100 mililitrový pohár, naplníte ho cukrom až po vrch, koľko percent z tých 100 ml tvoria ozaj zrniečka cukru a koľko tvorí vzduch medzi jednotlivými zrniečkami?

a) (4 body) Pokúste sa túto hodnotu nejako experimentálne určiť.

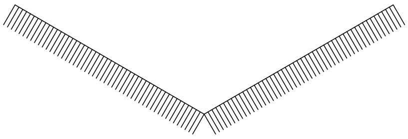
b) (1 bod) Pokúste sa túto hodnotu odhadnúť tak, že si zrniečka cukru predstavíte ako malé gule s rovnakým polomerom a následne to zrátate.



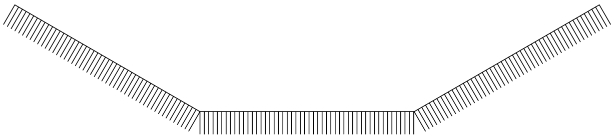
3.3 Zrkadlá (5 bodov)



Judita sa rada obzerá v zrkadle. A keďže Judita je rada, keď je jej veľa, obzerá sa naraz v niekoľkých zrkadlách. Predstav si, že jej a) dve b) tri zrkadlá vyzerajú tak ako na obrázkoch. Judita sa chce poriadne vyobzerať a rada by sa preto postavila k zrkadlám tak, aby videla svoj obraz vždy vo všetkých zrkadlách naraz. Kam sa môže postaviť, aby sa jej to podarilo? Nakreslite do obrázkov príslušné množiny bodov. Juditu si predstavte ako jeden bod v rovine. Snáď sa za to neurazí.



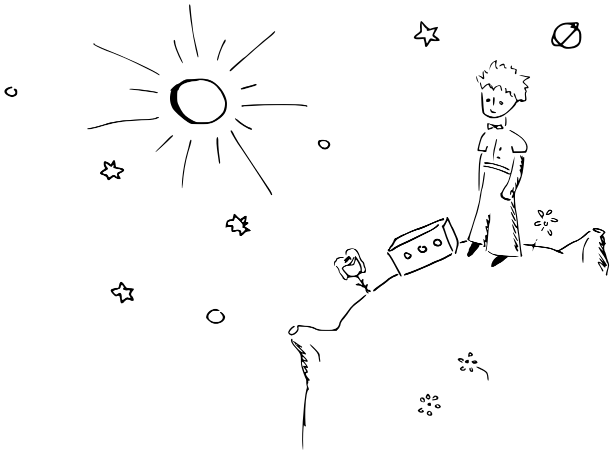
Obr. 3: Dve zrkadlá



Obr. 4: Tri zrkadlá

3.4 Malý princ (5 bodov)

Malý princ kvasí na malej planétke, a nudí sa, až ho pretáča. Od nudy pozerá po oblohe – z toho sa ale pretáča ešte viac. Jeho obľúbené západy slnka si totiž môže vychutnať vždy iba raz za $t_1 = 50$ hodín – toľko na malej planétke trvá deň. Tiež si všimol, že raz za $t_2 = 300$ hodín planétka presne raz obehne okolo svojho slnka. Ako dlho trvá, kým sa planétka celá otočí okolo svojej osi? Predpokladajte, že planétka obieha okolo svojho slnka po kružnici, pričom os jej otáčania je kolmá na rovinu v ktorej obieha (obrázok). Ďalej vám prezradíme, že riešenie úlohy nie je 50 hodín, aj keď by sa to na prvý pohľad mohlo zdať. Ideálne bude, ak úlohu vyriešiš pre všeobecné hodnoty t_1 a t_2 a až potom dosadíš konkrétne čísla, samotná číselná hodnota však poteší tiež.



Vzorové riešenia 1. kola letnej časti 2008/2009

1.1 Tatranský čaj (opravovali — Tinka a Andrej)

Vedúci Jakub je známy horal a veľmi obľubuje horalky s čajom. Keďže na horách je v zime núdza o vodu, používa Jakub osvedčenú techniku zvanú „ako si natopíš, tak budeš piť". Jeho varič funguje na technický lieh, ktorého má Jakub so sebou rovný liter ($V = 1\,\mathrm{l}$). Koľko $T_1 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ vody je Jakub schopný získať z $T_2 = -20\,^\circ\mathrm{C}$ teplého snehu? Predpokladajte, že jeho varič má nulové straty do okolia. Výhrevnosť liehu je $P = 27\,\mathrm{MJ/kg}$, hustota $\rho_{\mathrm{lieh}} = 790\,\mathrm{kg/m^3}$, merné skupenské teplo topenia ľadu na vodu je $l = 330\,\mathrm{kJ/kg}$. Hustota ľadu je $\rho_{\mathrm{ľad}} = 920\,\mathrm{kg/m^3}$ jeho merná tepelná kapacita je $c_{\mathrm{ľad}} = 2{,}1\,\mathrm{kJ/(kg\,^\circ C)}$, hustota vody $\rho_{\mathrm{vody}} = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3}$ a jej merná tepelná kapacita je $c_{\mathrm{vody}} = 4{,}2\,\mathrm{kJ/(kg\,^\circ C)}$. Nezabudnite úlohu vyriešiť najprv všeobecne a až potom dosadiť zadané hodnoty.

Ahojte! Ak patríte do jednej z nasledovných kategórii:

(i) pojmy ako teplo, merná tepelná kapacita, skupenské teplo topenia vám nič nehovoria

(ii) čosi ste o nich počuli, ale inak nie veľa

(iii) chcete sa dozvedieť snáď trochu viac

Tak práve pre vás tu píšem čosi o nich. Ak máš pocit, že ti to nič nedá, pokojne túto stať preskoč...

Teoretický úvod

Ako všetci vieme, látky sa skladajú z častíc a tieto častice sa pohybujú. Ich pohyb je ako pohyb opitého námorníka – náhodný, neusporiadaný.[2] Tieto častice, okrem toho, že sa náhodne pohybujú, na seba aj vzájomne pôsobia – priťahujú sa. Od toho, ako silné toto pôsobenie je, závisí aj nakoľko voľne sa v látke môžu pohybovať a teda, či sa nám látka javí ako pevná, kvapalná alebo plynná. Keďže sa častice pohybujú, majú kinetickú energiu, no a keďže sa aj vzájomne priťahujú, majú aj energiu potenciálnu.[3] Keď sčítame energie všetkých častíc telesa dokopy, dostaneme číslo, ktoré nazveme *vnútornou energiou telesa*. Je nám ale jasné, že v telese sa asi nebudú všetky častice pohybovať rovnako rýchlo – niektoré budú rýchlejšie, iné pomalšie. Preto sa vymyslelo niečo ako priemerná kinetická energia[4] (pozor, potenciálnu nezapočítame) častice a nazvalo sa to *teplota*.

[2] Tento jednoduchý fakt objasňuje množstvo inak ťažko pochopiteľných vecí. Spomeňme napríklad tlak plynu, Brownov pohyb peľového zrnka v miske s vodou, difúziu (keď nasypete soľ do vody, tak po istom čase bude v celom objeme rovnaká koncentrácia) a množstvo ďalších.

[3] Keď sa dve častice priťahujú, majú potenciálnu energiu, ktorá závisí od ich vzájomnej vzdialenosti. Je to spôsobené tým, že na ich oddialenie musíme vykonať prácu.

[4] Sčítame všetky kinetické energie všetkých častíc a predelíme ich počtom

Zaujímavé je, čo sa stane, keď sa dotknú dve telesá s rôznymi teplotami. V mieste dotknutia do seba budú vrážať častice oboch telies a navzájom si takýmito štuchancami odovzdávať rýchlosť a tým aj kinetickú energiu. No a keďže kto málo má, málo dáva, je pravdepodobnejšie, že pri takej zrážke sa spomalí skôr častica z teplejšieho telesa, ako častica z chladnejšieho telesa. Priemerné kinetické energie častíc v oboch telesách sa postupne vyrovnávajú a my hovoríme, že dochádza k *tepelnej výmene* a že teplejšie teleso odovzdáva studenšiemu telesu *teplo*. Teplom voláme tú celkovú prácu, ktorú vykonávajú častice teplejšieho telesa vrážaním do častíc studenšieho telesa.[5] Zisťujeme teda fascinujúci fakt – keď sa stretnú dve látky s rôznou teplotou, po čase sa ich teploty vyrovnajú.

No a v tomto momente si zvedavý čitateľ položí otázku: „Ako zistiť, koľko tepla musím telesu dodať, aby sa ohrialo o jeden stupeň Celzia?“. Nuž, zamyslime sa spolu. Teplota je priemerná kinetická energia častice, to znamená, že ak budem mať častíc menej, budem potrebovať aj menej energie na jej zvýšenie. Veľmi zjednodušený vzorec pre výpočet tepla by možno mohol vyzerať aj nasledovne $Q = N\Delta t$, kde Q je potrebné teplo, Δt je teplota o ktorú teleso ohrejeme a N je počet častíc. Avšak, keď dostanete do ruky tehlu, väčšinou o nej neviete, z koľkých častíc sa skladá. Za to však viete veľmi dobre povedať, akú má hmotnosť a že je vyrobená z hliny. Na druhú stranu, ak vezmete tehlu s dvakrát takou hmotnosťou, bude mať aj dvakrát toľko častíc. Ku šťastiu nám teda chýba iba nejaká konštanta (označme ju napríklad c) závislá od materiálu, ktorou by sme prenásobili hmotnosť telesa, aby sme dostali počet jeho častíc. Nami upravený vzorec by potom vyzeral nasledovne $Q = mc\Delta t$. Lenže, pri ohrievaní telesa sa nemusí všetka energia meniť len na kinetickú energiu častíc. Časť z nej sa môže meniť aj na potenciálnu. Čo s tým? Opäť ľahká pomoc. To, aké percento energie sa skutočne mení na kinetickú energiu častíc, jednoducho zahrnieme do magickej konštanty c. Keď do nej zahrnieme postupne všetky takéto efekty, dostaneme úplne kúzelnú konštantu závislú len od zloženia telesa, ktorú nazveme tajomným pojmom *merná tepelná kapacita látky*. Všimnime si, že sme razom vyriešili aj otázku, koľko energie z telesa dostaneme, keď sa o jeden stupeň Celzia ochladí. Keďže energia sa nemôže nikam strácať, tak zisťujeme, že množstvo energie, ktoré je teleso schopné uvoľniť pri ochladení je rovnaké, ako množstvo energie, ktoré by sme mu museli dodať, keby sme ho chceli ohriať späť na pôvodnú teplotu.

No a zostáva pred nami posledná otázka dôležitá pre tento príklad: „Čo sa deje, keď teleso mení skupenstvo?“ Keby sme si vzali ľad a začali ho ohrievať a merali jeho teplotu, všimli by sme si, že teplota ľadu stúpa, kým dosiahne $0\,^{\circ}\mathrm{C}$. Tu sa zastaví, ľad sa začne topiť, úplne sa roztopí na vodu ktorá má teplotu $0\,^{\circ}\mathrm{C}$ a teplota tejto vody opäť začne stúpať.

Všimnime si zaujímavý fakt – počas topenia sa ľadu sa jeho teplota ani teplota vody nemenila. Ako je to možné? Vysvetlenie je opäť jednoduché, počas topenia sa ľadu sa úplne všetko dodávané teplo menilo na potenciálnu energiu častíc a žiadna jeho časť sa nemenila na ich kinetickú energiu. A keďže teplota je priemerná *kinetická* energia častíc, táto zostala tiež nezmenená. Je to rovnaký efekt, ako keď dvíhate loptu do vzduchu – konáte prácu, no jej rýchlosť ani kinetická energia sa nemenia. Vaša práca sa mení na

[5] Ono, také narážanie je dosť náročna robota, to si nemyslite, že je len tak

potenciálnu energiu lopty v tiažovom poli. V tomto prípade sa dodávané teplo mení na potenciálnu energiu častíc, energiu potrebnú na prekonanie kryštalických väzieb, ktoré držia ľad pohromade.

Vieme už čo sa deje pri topení sa ľadu, otázka však je, koľko tepla je potrebné ľadu dodať, aby sa roztopil. Je jasné, že ak množstvo ľadu zdvojnásobíme, zdvojnásobí sa aj počet častíc a väzieb medzi nimi – zdvojnásobí sa teda aj potrebné teplo. Malo by sa teda dať spočítať ako $Q = ml$, kde l je nejaká Bulharská konštanta špeciálne pre topenie ľadu. Jej hodnotu pre nás ujovia v bielych plášťoch namerali a zapísali do tabuliek – nazvali ju skupenské teplo topenia ľadu a pod týmto názvom si ju aj môžete nájsť na internete.

Praktické riešenie

Pozrime sa, čo sa s tým Jakubovým alkoholom stane. Teplo, ktoré sa uvoľní jeho spálením, sa všetko použije na to, aby sa s istou, stále rovnakou hmotnosťou snehu (chceme dostať len dvadsaťstupňovú vodu, nie napríklad kilo nulastupňového snehu a deci teplej vody) stalo toto:

(i) zvýšila sa jej teplota na $T_{\text{topenia}} = 0\,°\text{C}$

(ii) tu sa celá roztopila

(iii) a následne sa už ako voda ohriala na $20\,°\text{C}$

Tak, a čo teraz? Nooo… Chcelo by to nejako zapísať to, čo vieme a na čo sme prišli. Vychádzajme z toho, že uvoľnené teplo sa rovná spotrebovanému a vyjadrime si obe.

Ako zrátať uvoľnené teplo? Tu si treba položiť základnú otázku: Od čoho a ako to tak môže závisieť? No, isté je, že závisí priamo úmerne od hmotnosti liehu, ktorú spálim (čím viac spálim, tým teplejšie… či už alkoholu, kalórií, alebo kalórií z alkoholu ⌣̈) a od nejakej fyzikálnej konštanty, ktorá bude vyjadrovať, koľko tepla dostanem, keď spálim isté množstvo liehu. Z názvu výhrevnosť liehu vám dôjde, že to asi bude ona. Očakávame, že teplo sa bude počítať podľa vzťahu $Q = km$, jej jednotka by teda mala byť joule na kilogram a to sedí. My však nemáme zadanú hmotnosť liehu. Ľahko si však poradíme, hmotnosť spočítame zo známeho objemu a hustoty. Po dosadení dostávame požadovaný vzorček pre teplo $Q = P\rho_{\text{lieh}}V$.

A čo teplo spotrebované? Nebude od macochy a zrátame ho tiež. Vieme, načo ho potrebujeme, takže ho postupne vyjadríme. Na ohriatie ľadu hmotnosti m na $0\,°\text{C}$ potrebujeme teplo veľkosti $mc_{\text{ľadu}}(T_{\text{topenia}} - T_2)$, na roztopenie ľadu ml a na ohriatie vody na $20\,°\text{C}$ to je $mc_{\text{vody}}(T_1 - T_{\text{topenia}})$.

Dobre, teplá sú vyjadrené pomocou známych vecí a hmotnosti zohrievaného ľadu a vody, tak zapíšme ich rovnosť:

$$P\rho_{\text{lieh}}V = mc_{\text{ľadu}}(T_{\text{topenia}} - T_2) + ml + mc_{\text{vody}}(T_1 - T_{\text{topenia}})$$

Inak povedané, teplo uvoľnené spálením varičom sa rovná teplu prijatému ľadom. Teraz vyberieme pred zátvorku m, aby sme ho mohli osamostatniť[6]

$$m\big(c_{\text{ľadu}}(T_{\text{topenia}} - T_2) + l + mc_{\text{vody}}(T_1 - T_{\text{topenia}})\big) = P\rho_{\text{lieh}}V$$

Teda:

$$m = \frac{P\rho_{\text{lieh}}V}{c_{\text{ľadu}}(T_{\text{topenia}} - T_2) + l + mc_{\text{vody}}(T_1 - T_{\text{topenia}})}$$

Takto malo vyzerať všeobecné riešenie.

Na vypočítanie konkrétnej hodnoty už stačí len dosadiť. No pozor, pri dosadzovaní musíme dosádzať veličinu spolu s jej jednotkou. $5\,\mathrm{km} \cdot 1\,\mathrm{mm} = 5\,\mathrm{m}^2$ nie je to isté ako $5\,\mathrm{km} \cdot 1\,\mathrm{m} = 5000\,\mathrm{m}^2$. No a aby sa nám ľahšie dosádzalo, je užitočné premeniť si jednotky[7] a najjednoduchšie je použiť kJ, m^3, kg a °C. Po premene máme teda $P = 27\,000\,\mathrm{kJ/kg}$ a $V = 0{,}001\,\mathrm{m}^3$. Dosadíme a dostávame:

$$m = \frac{27\,000\,\mathrm{kJ/kg} \cdot 790\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}001\,\mathrm{m^3}}{2{,}1\,\mathrm{kJ/(kg\,°C)} \cdot (0\,°\mathrm{C} - (-20\,°\mathrm{C})) + 330\,\mathrm{kJ/kg} + 4{,}2\,\mathrm{kJ/(kg\,°C)} \cdot (20\,°\mathrm{C} - 0\,°\mathrm{C})}$$

Čiže hmotnosť snehu, ktorý je možné roztopiť, je približne $m \approx 46{,}8\,\mathrm{kg}$.

1.2 Juditin Čaj (opravovali — Halucinka, Jožo a Zuzka)

Judita je tvor paranoidný a stále sa jej zdá, že v Čaji prší viac, než by podľa meteorológov malo. Aby si na nich posvietila, zostrojila si zbernú nádobu, ktorá vyzerá ako na obrázku. Jej horný polomer je $R = 50\,\mathrm{cm}$, dolný polomer $r = 10\,\mathrm{cm}$. Večer svoju zbernicu vyprázdnila, v noci sa spustil dážď, pričom podľa meteorológov padlo $h = 3\,\mathrm{mm}$ zrážok. Koľko milimetrov vody (na výšku) má Judita očakávať na spodku svojej nádoby? Nezabudnite úlohu vyriešiť najprv všeobecne a až potom dosadiť zadané hodnoty.

Predstavme si, že prší. Dážď padá na zem, všade zhruba rovnako veľa. Čo však znamená, keď sa povie, že spadlo h milimetrov zrážok? Predstavme si, že by každá kvapka ostala tam, kde spadla. Potom by sme asi všade mali rovnako hlbokú mláku, však? No a ak by táto mláka mala hĺbku h milimetrov, hovoríme, že spadlo h milimetrov zrážok.

Predstava, že každá kvapka ostane tam, kam spadla, je natoľko užitočná, že si ju ešte ponecháme. Môžeme si to dovoliť, predsa to, či voda po zemi nejako odteká, nemôže nijako ovplyvniť, koľko jej naprší do našej nádoby. Keď vode postavíme do cesty zbernú nádobu, tá bude zavadzať a voda sa pod ňu nedostane. Časť zeme pod nádobou ostane suchá, zvyšok zeme bude pokrytý už spomínanou $h$milimetrovou vrstvou vody. Suchá časť zeme má rovnaký tvar, ako vrchný otvor nádoby, je to kruh s polomerom R. Oproti stavu, kedy je celá zem pokrytá súvisle $h$milimetrovou vrstvou vody nám teda chýba valec vody s polomerom R a výškou h. Voda sa však nemohla stratiť, kde teda je? Predsa

[6] Nepoznáte? Je to v podstate opak roznásobovania zátvoriek, len teraz ten člen, ktorý je vo všetkých súčinoch, sa pred zátvorku vyberie.

[7] Nie je to nutné, ale chce sa vám z hlavy sčítavať meter s milimetrom a celé to ešte násobiť milijoulami?

v nádobe! A kde v nádobe? Na spodku nádoby. Predpokladáme, že neprší tak strašne, že by sa hladina vody v nádobe dostala až tam, kde sa nádoba rozširuje. Takže z valca s polomerom R a výškou h sa stal valček s polomerom r a výškou x. Nič nezmizlo, nič nepripršalo, takže objem oboch valčekov musí byť rovnaký. Objem prvého vieme zapísať ako $\pi R^2 h$, objem druhého je $\pi r^2 x$. Teda $\pi R^2 h = \pi r^2 x$. Po úprave rovnice zistíme, že hľadanú výšku x vieme vypočítať takto: $x = R^2 h / r^2$. Pre naše hodnoty je to konkrétne 75 mm. A je to!

Hodnotenie: Viacerí z Vás zabudli na to, že úlohu bolo treba riešiť najprv všeobecne, to znamená vyjadriť to, čo bolo treba vypočítať pomocou výrazu. Tento výraz môže obsahovať len také premenné, ktoré boli zadané v zadaní – v našom prípade vyzeralo všeobecné vyjadrenie takto: $x = R^2 h / r^2$. Až teraz sa bolo treba pozrieť, koľko to h, R, r vlastne je… Tí, ktorí počítali rovno s konkrétnymi hodnotami sa pripravili o polbodík. Tak nabudúce si na to skúste dať pozor.

1.3 Jar, teplo, jeseň, zima (opravovali — Lenika a Tomáš)

Ste v miestnosti. V miestnosti je príjemných 20 °C. To je taká normálna izbová teplota a teda by ste čakali, že všetky predmety v izbe majú rovnakú teplotu. Keď však chytíte kus kovu (kovová lyžička), zistíte, že chladí oveľa viac ako povedzme kus dreva (drevená lyžička).

a) Je pravda, že všetky predmety v miestnosti majú rovnakú teplotu?

b) Prečo kov chladí viac?

c) Predstavte si, že ste astronaut na mesiaci a našli ste kameň z neznámeho materiálu, ktorého sa však nemôžte dotknúť rukou. Aký experiment by ste s ním museli spraviť, aby ste zistili, či bude v izbových podmienkach „chladiť“ viac alebo menej ako železo?

Našli ste miestnosť s príjemnými 20 °C? Áno? Super. A samozrejme ako zvedaví ufáci ste istotne pokúšali všetko, čo vám prišlo pod ruku, aby ste ste zistili, ako to s tými materiálmi teda je. Však? No dobre, ale teraz keď sme si to overili, prevetráme mozgovne a zistíme, čo sa to tam vlastne deje.

Tak si pospomíname na hodiny fyziky (nebite ma hneď). Tak ako väčšine vecí na zemi, aj takým predmetom v miestnosti sa páči udržiavať medzi sebou rovnováhu. Preto keď sa stretnú dve telesá s rozdielnou teplotou, časť tepla[8] putuje z toho teplejšieho na to menej teplé, aby sa ich teploty vyrovnali. Rovnaké vyrovnávanie teplôt funguje aj medzi telesom a okolitým vzduchom. Vzduch potom zjednocuje teplotu všetkých telies v miestnosti.

Aj keď v miestnosti je pomerne teplo, typická izbová teplota, t.j. 20 °C je stále o dosť menej ako typická teplota tela (zhruba 37 °C). Hocijaký kontakt s okolím nás teda ochladzuje. Toto však subjektívne nepovažujeme za nič zlé, ľudské telo vyrába teplo, ktorého sa potrebuje zbaviť a tak drobné ochladzovanie vnímame ako príjemnú vec. Rozoberme

[8] Teplo a teplota sú často sa zamieňajúce pojmy. Teplota popisuje stav predmetu – napr. Jožko má 39,5 °C. Teplo hovorí o energii, ktorú teleso prijíma/odovzdáva – napr. Jožko stratil teplo 3 jouly znamená, že energia atómov z ktorých sa skladá jeho telo, klesla o túto hodnotu.

si teraz situáciu, kedy sa dotkneme dlaňou stola a tento dotyk trvá už dosť dlho. Tým pádom sa v stole vytvorila akási ustálená teplotná situácia – rôzne časti stola majú síce rôznu teplotu, táto sa ale v čase nemení. Stôl odvádza teplo z našej ruky do okolia a ochladzuje nás. Dôležitou veličinou, ktorá popisuje tento druh ochladzovania, je tepelná vodivosť materiálu. Vyjadruje, koľko tepla materiál istých rozmerov prenesie pri istom rozdiele teplôt. No a keďže, samozrejme, toto teplo sa prenáša stále, tak my ho budeme merať počas jednej sekundy.

Ako sa však dostaneme do stavu, kedy je situácia ustálená? Je jasné, že najmä na začiatku dotyku sa stôl bude pomerne rýchlo otepľovať a zároveň toto teplo bude prenikať do stále vzdialenejších a vzdialenejších častí stola. Okrem tepelnej vodivosti materiálu teda do hry vstupuje aj tepelná kapacita materiálu – veličina, ktorá hovorí, koľko tepla musíme dodať 1 kg materiálu, aby sme ho ohriali o 1 °C.

Zaujímavé je položiť si otázku, ktorá veličina – vodivosť či kapacita – vplýva na subjektívny pocit chladu viac. Pri ustálenom stave nám na kapacite vôbec nezáležalo, keby bola nulová, aj tak by nás predmet ochladzoval. Pri dostávaní sa do tohto stavu kapacita síce hrala rolu – avšak pri nulovej tepelnej vodivosti by žiadna voľba tepelnej kapacity materiálu nespôsobila, aby nás predmet chladil. V istom zmysle je teda pre ochladzovanie vodivosť dôležitejšou veličinou, ako kapacita. Mnohí z Vás uviedli ako hlavnú príčinu ochladzovania iba rozličné tepelné kapacity materiálov – keby to tak bolo, drevo by nás ochladzovalo viac ako železo. Samozrejme, to, čo zo železa robí efektívny ochladzovač, je jeho obrovská tepelná vodivosť.

No a akými experimentami určiť vodivosť či kapacitu? Kapacitu neznámeho materiálu zmeriame ľahko a to úplne presne (v ideálnom svete). Zahrejeme kilo skúmaného materiálu na povedzme 100 °C a dáme ho do kontaktu s veľkým množstvom ľadu o teplote 0 °C. Na rozpustenie jedného kila ľadu treba isté teplo, ktoré vieme z tabuliek (volá sa to skupenské teplo topenia ľadu), no a z 1 kg materiálu s tepelnou kapacitou c máme $c \cdot 1\,\mathrm{kg} \cdot 100\,^\circ\mathrm{C}$ tepla. Stačí teda odmerať, koľko kg ľadu sme roztopili a dať do rovnosti príslušné teplá.

Určiť vodivosť zvládneme tiež, aj keď tentoraz vystačíme s kvalitatívnym[9] výsledkom. Vyrežeme z materiálu tyč o nejakých rozmeroch. Jeden koniec budeme zahrievať na 100 °C a druhý koniec strčíme do 0 °C ľadu. Chvíľu počkáme, kým sa ustáli rovnováha. V rovnovážnom stave teplo prúdi tyčou od ohrievača do ľadu. Tyč už sa neohrieva a tak všetko prejdené teplo sa využije na topenie ľadu. Čím viac ľadu natopíme, tým viac tepla materiál „preniesol“ a tým je jeho tepelná vodivosť väčšia.

Hodnotenie: Príklad to nebol ľahký, iba málokto si uvedomil, aký je rozdiel medzi dvoma popísanými efektmi. Preto bolo hodnotenie miernejšie a dosť bodov sa dalo získať aj za samotné ochladzovanie kvôli tepelnej kapacite, či tepelnej vodivosti. Ako sme však už napísali, vodivosť pokladáme za dôležitejšiu veličinu a preto aj za ňu bolo o čosi viacej bodov.

[9] Teda, výsledkom experimentu nebude, že „vodivosť je 1,23 čohosi“, ale že „železo je vodivejšie ako drevo“.

1.4 Fajo (opravovali — Filip a Kamila)

„Tak, a teraz ten check-in stihnem", povedal si Fajo po tom, čo mu naposledy lietadlo do Londýna zdrhlo pred nosom. Jeho úloha je však neľahká. Stojí na letisku na konci dlhočiznej chodby a potrebuje ňou celou prejsť. Aby sa cestujúci príliš nenachodili, sú v chodbe nainštalované pohyblivé pásy. Človek, ktorý si na ne stúpi, je unášaný konštantou rýchlosťou tým správnym smerom. Fajo je odhodlaný kráčať rýchlosťou $6\,\mathrm{km/h}$ a to ako po rovnej zemi, tak aj po páse. Má však ešte jeden problém: Na topánke sa mu rozviazala šnúrka. Jej zaviazanie mu bude trvať presne 15 sekúnd – počas týchto 15 sekúnd bude stáť (na zemi alebo na páse). Ak chce chodbou prejsť za čo najkratší čas, má si zaviazať šnúrku na páse, alebo mimo neho? Odpoveď poriadne zdôvodnite. Pokiaľ nebudete vedieť s úlohou v tomto stave pohnúť, skúste si za neznáme parametre (dĺžka chodby, dĺžka pásov, atď. . .) navoliť nejaké konkrétne čísla a úlohu zrátať pre ne.

Úloha sa dala riešiť rôzne. Najpriamejšie je napísať si, koľko bude Fajovi trvať prejdenie chodby pre každý prípad (zaviazanie šnúrky mimo pásu a na ňom) a potom tieto časy porovnať. Skúsme sa však zamyslieť. Predstavme si troch Fajov: Fajo F_1 si zaväzuje šnúrku na páse, Fajo F_2 mimo pásu a Fajo F' (Fajo s čiarkou) si zaväzuje šnúrku na páse, avšak popri zaväzovaní ešte kráča proti pásu takou istou rýchlosťou, akou sa pohybuje pás (a teda vzhľadom na zem vlastne stojí). Prečo vlastne zavádzame Faja F', keď takýto Fajo odporuje podmienkam zo zadania (pri zaväzovaní sa hýbe?) Pretože odporuje – neodporuje, je hneď vidno, že čo sa týka časov potrebných na prechod letiskom $F' = F_2$ a tiež $F' > F_1$. Preto evidentne $F_2 > F_1$, t.j. šnúrku je výhodné zaväzovať na páse.

Výsledková listina po 1. kole letnej časti 2008/2009

	Meno	Škola	Trieda	1,1	1,2	1,3	1,4	☠	Σ
1.	Ivan Lukáš	GJH	tercia A	4,70	5,00	5,00	5,00	0,00	19,88
2.	Batmendijn Eduard	ZŠsvCM SL	7	4,70	5,00	4,00	5,00	0,00	19,43
3.	Kováčová Radka	G BST LC	tercia	4,80	5,00	4,00	3,00	0,00	18,41
4.	Hruška Monika	G Hlohovec	Kvarta	4,90	4,00	4,50	4,00	0,00	18,08
5.	Gašpárek Miroslav	ZŠ NamSlob BA	7.A	3,00	4,50	4,00	4,50	0,00	17,92
	Magyarová Zuzana	G BST LC	Tercia	3,50	3,00	4,50	5,00	0,00	17,92
7.	Matejovičová Tatiana	GAMČA BA	Kvarta	4,00	5,00	4,50	3,50	0,00	17,77
8.	Glanc Daniel	Gamča	Kvarta	5,00	5,00	4,50	2,00	0,00	17,37
9.	Velichová Barbora	ZŠ Senec	7.B	1,00	5,00	4,00	5,00	0,00	17,25
10.	Bock Michal	Gamča		4,50	5,00	4,50	3,00	0,00	17,00
11.	Jančarová Simona	ZŠ Strážske	8.A	3,00	4,50	3,50	5,00	0,00	16,96
	Smolík Michal	GAMČA BA	Kvarta	3,50	5,00	4,50	3,00	0,00	16,96
13.	Brutovská Jana	ZŠ Kežmarok	8.C	3,30	5,00	4,00	3,50	0,00	16,80
14.	Petrucha Jaroslav	Metodova, BA	Kvarta	3,50	4,50	3,00	4,70	0,00	16,71
15.	Ivanova Albena	GAMČA BA	Kvarta	4,00	5,00	3,50	3,00	0,00	16,55
16.	Krajčírová Nicole	GJH	Tercia A	3,50	4,50	3,00	2,50	0,00	16,13
	Šlachtič Maroš	G Pankúchova BA	tercia	3,00	4,50	3,00	3,00	0,00	16,13
18.	Hlaváč Ďurán Dominik	G Dobšiná	Tercia	4,40	3,00	4,00	2,00	0,00	16,05
19.	Bačinská Irena	G Lipany	Tercia	1,50	5,00	4,00	2,50	0,00	15,73
	Hodulová Pavlína	G PdC PN	te	-	4,50	4,00	4,50	0,00	15,73
21.	Smolík Martin	GAMČA BA	Kvarta	3,50	4,00	4,00	3,00	0,00	15,70
22.	Šubjak Ján	G POH DK	kvarta	4,30	4,50	2,50	3,00	0,00	15,52
23.	Koczánová Eva	ZŠ AK Levice	8.B	4,00	3,50	4,50	2,00	0,00	15,26
24.	Kožiaková Terézia	G BST LC	tercia	3,50	4,50	2,00	2,00	0,00	14,88
25.	Smolík Milan	GAMČA BA	Kvarta	2,50	5,00	4,00	2,00	0,00	14,82
26.	Bartková Tamara	G LS TN	Tercia	-	5,00	3,00	3,00	0,00	13,97
27.	Macko Vladimír	Pliešovce	Kvarta	3,50	3,50	4,50	1,00	0,00	13,91
	Rožnovják Martin	Hlohovec	8	4,00	4,50	1,00	3,00	0,00	13,91
	Strakáčová Jana	GAMČA BA	Kvarta	2,50	4,00	3,50	2,50	0,00	13,91
30.	Pellerová Daniela	GAMČA BA	Kvarta	3,50	5,00	0,50	3,00	0,00	13,44
31.	Perešíni Martin	ZŠ Radvanská BB	8.D	0,50	4,50	2,00	4,80	0,00	13,25
32.	Mišo Ondrej	ZŠ K.Mahra TT	8.D	3,70	4,50	2,00	1,00	0,00	12,68
33.	Hostačný Peter	ZŠ JAK BN	9.C	3,00	5,00	3,50	1,00	0,00	12,50
34.	Vigoda Tomáš	ZŠ Školská BnB	7.B	0,00	4,50	2,50	2,00	0,00	11,97
35.	Kosťová Natália	ZŠ Humenné	8	4,30	-	3,00	3,00	0,00	11,80
36.	Jursa Ján	ZŠ Krosnianská KE	8.A	3,50	-	4,50	2,00	0,00	11,50
37.	Surovčík Juraj	G Hviezdoslava	kvarta	4,00	4,50	3,50	2,50	5,00	10,70
38.	Brukker Filip	ZŠ Mudroňova BA	7.A	2,00	4,50	4,50	1,50	5,00	10,31
39.	Dráček František	ZŠ D. Mariková	7.B	0,80	4,50	0,00	2,00	0,00	10,08
40.	Ondra Daniel	ZŠ Krosnianská KE	8.A	-	-	4,50	1,00	0,00	6,70
41.	Kollár Dan	GAMČA BA	Kvarta	-	5,00	-	-	0,00	6,13
42.	Adamovič Ľuboš	G Krompachy	Tercia	-	-	0,00	3,00	0,00	4,53
43.	Škorcová Dominika	ZŠ JAK BN	9.B	2,50	1,00	0,00	1,00	0,00	4,50
44.	Dulín Adam	GaZŠ Mikuláša	4.A	-	1,00	0,50	1,50	2,00	1,77
45.	Maliková Lucia	ZŠaMŠ LT	8.B	-	1,00	0,00	1,00	5,00	0,00
	Šamajová Anna	ZŠ Klokočov	9.A	0,00	1,00	0,00	3,00	6,00	0,00
	Šamajová Dana	ZŠ Klokočov	8.A	0,30	1,00	0,00	3,00	6,00	0,00

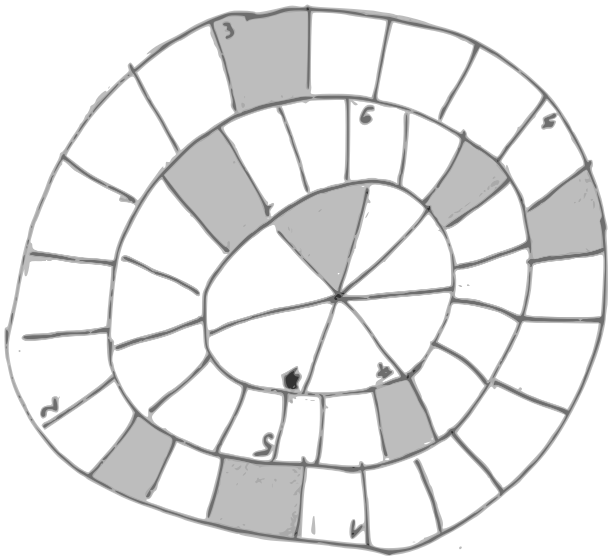
Anastáz

Dobrý večer priatelia, vybehnime na polia... Nuž zima sa končí i ja sa prebúdzam. Mnohým som vám už starý, no isto ma niektorí vidíte prvý krát. (Som pekný inak.) Tak teda ja by som sa vám aj rád predstavil, fakticky, ale ja som od predvčera taká hanblivá škvrna takže: Kto ste vy? (Keď si odpovieš na túto otázku a budeš mať potvrdenie od lekára, môžeš čítať ďalej.) Ja som Hrandenburg Rikinik Fulkamil Goruvhok Anastáz ôsmi. No familiárne som nazývaný aj Anasty alebo Tučko (to preto, že sa rád skrývam do košov na prádlo). Môžme sa kľudne aj staviť. O Hagov copík. Ale aby sme sa konečne dostali ku koreňu veci, treba odstrániť stonku:

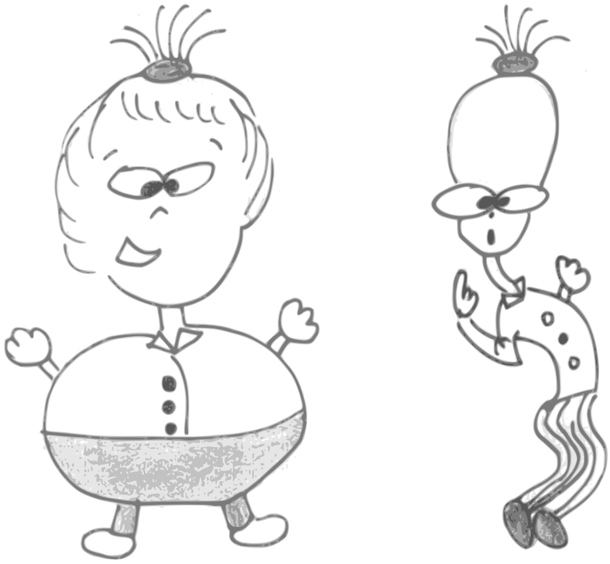
(Neboj sa úloha nie je ľahšia ako sa zdá. Zober si nožnice (manikúrové... poprípade štikátko na nechty) a stonku nemilosrdne odstráň. Nezabudni si pritom dať šatku cez ústa, štupeľ do pupku, špongiu a trubku a hlavne sa stonky nedotýkaj!!! Veď uznaj bolo by Ti príjmné, keby Ťa odstraňovali a ešte sa Ťa aj dotýkali? Na túto otázku nám odpoveď napísať môžeš sám. No ale dosť bolo kecov, stále len odbočuješ od témy. Hor sa do stonky!)

Nuž vtáčatá. Konečne sa teda dostávame ku koreňu veci. Vraj som tu preto, aby som vás trochu od tej fyziky odreagoval. Nuž tak ja som sa rozhodol dávať vám kadejaké vlohy, ktoré keď vyriešite a pošlete s opravenou sériou nasledujúcou (teda vlastne vyriešenou), tak sa budete uchádzať o lukratívne ceny, aké ani v kolese šťastia nemali. Prvá vloha je nalepiť odstránenú, NEDOTKNUTÚ!!! stonku na papier s ostatnými odpoveďami a poslať ju. Robím si herbár (inak to je jake smiešne slovo… herbár… skoro ako rebrík). Tiež môžeš napísať odpoveď na otázku, či by si bol rád keby Ťa odstraňovali a ešte sa Ťa aj dotýkali. Ale dosť bolo gadžovín, treba tvrdo do vás, teda hneď si dáme niečo intelektuálnejšieho charakteru. Čo takto… guľovka?

Legenda ku guľovke: V dávnych podobách v bambusových ponožkách žili Pamprďáci. Boli veľmi šikovní, každí večer si dávali lyžičku medu proti slepému triku. Mali mnoho vlastností, jednu zaujímavejšiu ako ostatné. A to takú, že sa vedeli meniť do rôznych dôb. Vyskytli sa kedi a kde chceli. Potom sa sťahovali ľuďom do úbytkou (prirodzených) a znižovali im percenta. Ľudia dlho-nedlho hľadali príčinu znížených percent, no túto zákernú pohádku sa im nikdy nepodarilo objaviť. Pamprďáci sa im vysmjevali za kobercami a potom znova zmizli. Vlastne nikdy sa neprišlo na to, či už naskutku vyhynuli, alebo sa v ňjakej dobe ešte vyskytnú. Ktovie, možno v dohľadnej. (Inak vedeli ste o tom, že lízing znamená prenájom? To bolo prosím pekne na maturite zo Slovenského jazyka!!! Čo si len nevymyslia…) Každopádne legenda o Pamprďákoch sa prechováva po storočnice a je čítanejšia ako Topole od Ivana Kraska…



(Do guľovky doplň slová, v ktorých sa nachádza gramatická chyba. Potom si vypíš písmená, ktoré budú v šedých poliach a poskladaj z nich jedno slovenské slovo, ktoré je veľmi smiešne. Svoju odpoveď zapíš do odpoveďového hárku s piktogramom krížik – na ten papier, kde nalepíš stonku.)



Nájdi 5 rovnakostí (Nájdi 5 rovnakostí na týchto dvoch ujkoch. Potom napíš ako sa máš a tak, môžeš spomenúť aj tieto rovnakosti.)

Nuž milé kolbásy, zima sa končí i ja sa prebúdzam a dnešné super špesl kredl vydanie sa chúli ku koncu. Takže svoje odpoveďové hárky nám zašlite (ak chcete) spolu s termínom nasledujúcej serky. Tiež vyhlasujem súťaž o najsamsmiešnejšie slovo. Teda môžte nám napísať aj slovo, ktoré sa vám zdá byť najsamsmiešnejšie na svete (nemusí byť spisovné). Malo by byť spisovné. (Nuž teraz ste riadne zametení čo?… tak sami uvážte, či spisovné bude, alebo nie.) A aby som nezabudol, slovo Bzdušo nehrá. A úplne, že fakt na záver, je tu ešte výsledková listina z minulých častí anastáza. Víťazi budú odmenení. Tak sa májte (teda skôr aprílte) a nezabudnite…

V minulej časti sme videli:

Poradie	Meno	Počet bodov
1.	Tamara Bartková	$3\sqrt{8}$
2.	Pavlína Hodulová	$2{,}8^2$
3.	Zuzana Magyarová	2π
4.	Barbora Velichová	$\frac{42}{8}$
5.	Adriána Andrášová	$\sqrt[3]{68}$
6.	Martin Perešíni	π
7.	Dakto Nepodpísaný	$\operatorname{tg} 60^\circ$
8.	Marián Ivanov	$\sin 90^\circ$
bonus	Radka Kojáčová	pochvala za pekné obrázky