Fyzikálny korešpondenčný seminár
3. ročník, 2009/2010
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Vzorové riešenia 3. kola letnej časti 2009/2010

3.1 Experimentálny úpadok (opravovala Marika, vzorák Samo)

Koľkokrát dlhšie trvá predmetu kým dopadne na zem z výšky h a $2h$? Skúste to odmerať pre papierovú guľu a jablko. Predmet môžete napríklad púšťať na zem z vrchu / stredu vysokého činžiaku. Pozor na úrazy, dole by mal vždy stáť niekto kto varuje prípadných votrelcov pred padajúcimi predmetmi!

Vyštverali sme sa na stredné poschodie činžiaku vo výške 3,2 m a hodili nadol desať jabĺčok a desať papierových guľí. To isté sme potom zopakovali na najvyššom poschodí vo výške 6,4 m a dostali nasledovnú tabuľku meraní:

		t_1 (s)	Δt_1 (s)	t_2 (s)	Δt_2 (s)
Jablko	1.	0,65	0,10	1,00	0,08
	2.	0,80	0,05	0,96	0,12
	3.	0,80	0,05	1,12	0,04
	4.	0,67	0,08	0,99	0,09
	5.	0,65	0,10	1,10	0,02
	6.	0,76	0,01	1,15	0,07
	7.	0,87	0,12	1,00	0,08
	8.	0,76	0,01	1,14	0,06
	9.	0,75	0,00	1,20	0,12
	10.	0,79	0,04	1,13	0,05
	priemer	0,75	0,06	1,08	0,07
Papier	1.	0,92	0,15	1,24	0,02
	2.	0,81	0,04	1,23	0,03
	3.	0,76	0,01	1,28	0,02
	4.	0,81	0,04	1,25	0,10
	5.	0,59	0,18	1,25	0,01
	6.	0,65	0,12	1,20	0,06
	7.	0,75	0,02	1,21	0,05
	8.	0,74	0,03	1,27	0,04
	9.	0,81	0,04	1,24	0,02
	10.	0,82	0,05	1,26	0,00
	priemer	0,77	0,07	1,24	0,02

Tab. 1: Meranie času dopadu pre papier a jablko

Seminár podporujú:

Meraní sme spravili desať, neuspokojili sme sa s jedným a to nie preto, že by sme boli masochisti. Pri každom meraní vznikajú chyby. Tieto chyby môžu mať rôzne príčiny, našu nešikovnosť, náhodné zafúkanie vetríka, alebo meriame čas hodinkami, ktoré sa ponáhľajú. Prvé dve chyby sa správajú náhodne, raz zafúka vetrík nadol a jablko spadne skôr, inokedy zafúka nahor a jabĺčko dopadne neskôr. Rovnako raz vďaka nešikovnosti stlačíme stopky skôr, ako sme mali, druhýkrát ich stlačíme neskôr. Ak spravíme dostatok meraní, ktoré spriemerujeme, tieto chyby sa navzájom vyrušia. Rovnako, pri dostatočnom počte meraní uvidíme, ako veľmi sa jednotlivé merania od priemeru líšia a môžeme odhadnúť veľkosť týchto náhodných chýb. *Dôvodom opakovania meraní je teda vzájomné vyrušenie sa náhodných chýb pri veľkom počte meraní a odhad veľkosti týchto chýb.*

Opakovanie merania nám však pomôže jedine pri chybách, ktoré sú náhodne. Ak meriame čas ponáhľajúcimi sa stopkami, tieto ukážu vždy čas menší, ako je skutočný a preto aj priemerná hodnota z veľa meraní bude menšia, ako skutočná. *Pri chybách, ktoré nie sú náhodne, nám opakovanie meraní nepomôže.* Takéto chyby musíme určiť inak, napríklad si pozrieť, akú presnosť uvádza výrobca stopiek. V tomto vzoráku budeme predpokladať, že všetky nenáhodné chyby sú zanedbateľne veľké a nemusíme sa nimi preto zaoberať.

Máme teda nameraných desať meraní, spočítali sme ich aritmetický priemer, ako odhadneme jeho chybu? Dobrý spôsob je spočítať priemer veľkostí odchýliek jednotlivých meraní od aritmetického priemeru a túto vyhlásiť za chybu nášho merania. Pre jablko potom dostávame čas $(0{,}75 \pm 0,06)\,\mathrm{s}$ z výšky $3{,}2\,\mathrm{m}$, a čas $(1{,}08 \pm 0{,}07)\,\mathrm{s}$ z výšky $6{,}4\,\mathrm{m}$, pre papier sú to $(0{,}77 \pm 0{,}07)\,\mathrm{s}$ a $(1{,}24 \pm 0{,}02)\,\mathrm{s}$. Všimnite si, že čas sme zaokrúhlili na 2 desatinné miesta. Nemá totiž zmysel vypisovať čas s presnosťou na tisíciny sekundy, keď vieme, že jeho chyba môže byť niekoľko desatín sekundy.

Keď oba časy pre jablko aj papierovú guľu vydelíme, dostaneme pomery, na ktoré sa nás pýtalo zadanie, pre jablko je to približne 1,44 a pre papier 1,61. Chceli by sme však poznať presnosť chybu týchto výsledkov. Tú určíme, keď si všimneme, že pre jablko môže byť pomer hocijaké číslo, ktoré dostaneme ako $(1{,}08 \pm 0{,}07)/(0{,}75 \pm 0{,}06)$, teda najviac 1,67 a najmenej 1,25. Čiže pomer pre jablko vychádza ako: $1{,}4 \pm 0{,}3$. Pre papier rovnakým spôsobom určíme, že pomer je $1{,}6 \pm 0{,}2$.

3.2 Hromy-blesky (opravovali Halucinka a Bocky)

Hovorí sa, že keď čas (v sekundách), ktorý uplynie medzi zablysnutím a zvukom hromu vydelíte tromi, dostanete vzdialenosť medzi sebou a búrkou (v kilometroch). Je to pravda, alebo sa jedná o povedačky starej mamy?

Kde bolo tam bolo, bola jedna búrka, ktorá blýskala a hrmela. My sme v nejakej vzdialenosti od búrky sme my a stopujeme čas od blesku po hrmenie, ktoré počujeme. Vyšiel nám nejaký čas t, ktorý je nám známy. Vieme, že rýchlosť zvuku je zhruba $v \approx 340\,\mathrm{m/s}$ a rýchlosť svetla je $c \approx 300\,000\,000\,\mathrm{m/s}$. Rýchlosť svetla je teda oproti rýchlosti zvuku výrazne, výrazne, ale fakt výrazne väčšia – svetlo k nám po údere blesku dorazí prakticky okamžite. Mala by preto (dostatočne presne) platiť rovnosť:

$$vt = s\,.$$

Číselne to znamená:

$$t \cdot 0{,}34\,\mathrm{km/s} \approx s\,.$$

Približne však platí: 0,34 $\approx \frac{1}{3}$, dostávame teda (číselnú) rovnosť

$$\tfrac{1}{3}t \approx s\,,$$

kde za t dosadzujeme číselné hodnoty v sekundách a za s v kilometroch. Teda povedačky sú pravdivé:-).

Komentár: Veľa z vás neuvažovalo o rýchlosti svetla. Číselne to nie je veľká chyba, svetlo sa k nám dostane skoro hneď na takéto vzdialenosti, avšak chceli sme, aby ste nám aspoň toto napísali. Za to sme strhávali 1–2 bodíky. Druhá vec, čo sa nám nepáčila bolo, že ste si povedali jednu konkrétnu vzdialenosť a vypočítali ste to len pre ten konkrétny prípad. Ale to, že to funguje pre jeden prípad ešte neznamená, že to funguje vo všeobecnosti. Bolo to treba odvodiť všeobecne. Za to sme strhávali tak 2 bodíky. Ale chválim vás, že všetci ste mali dobré idey:-). Pekne:-).

3.3 Predlžovačka (opravovala Marcelka)

Navrhnite zapojenie, ktoré bude spĺňať funkciu predlžovačky (resp. rozvetvovačky). Chceme teda od vás, aby ste navrhli vnútro zariadenia, ktoré sa na mieste A strčí do elektrickej siete a na mieste B nám sprostredkuje niekoľko nezávislých zástrčiek, do ktorých môžme zapojiť ďalšie spotrebiče.

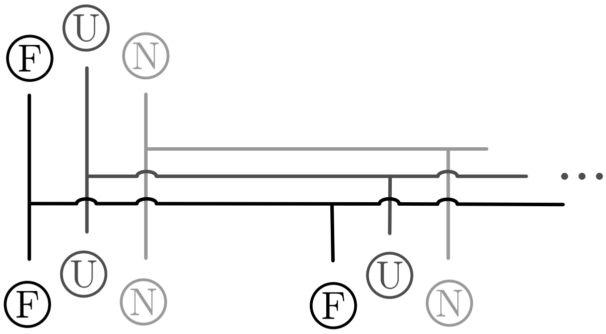
Pointa celej rozvetvovačky je vo vedení elektrického prúdu. Návrh a dizajn plastového obalu je preto vedľajší. Jediná úloha je pospájať vodičmi vstup a všetky výstupy. Ako to urobíme?

Najprv by sme si mali urobiť jasno v tom, čo vlastne od takej predlžovačky chceme. Ak si zoberiete do ruky nejaký elektrický spotrebič (napríklad mixér), ktorý zapájate do zástrčky, vo väčšine prípadov si na ňom prečítate údaj 230 V. Znamená to, že daný elektrický spotrebič bude dobre pracovať sa na elektrickom napätí 230 voltov. Týchto 230 voltov treba priviesť na kolíky koncovky elektrickej šnúry spotrebiča. Preto v dierkach každej zástrčky má byť napätie 230 V.

Vieme, že rovnaké napätia v dierkach dostaneme vtedy, keď dierky pospájame navzájom paralelne – všetky ľavé dierky budú pospájané jedným vodičom, všetky pravé druhým vodičom. Ľavé dierky budú napojené na kolík v koncovke zástrčkovej šnúry, ktorý sa strčí do ľavej dierky zástrčky, podobne to bude pre pravé dierky. Pointou celej rozvetvovačky je teda paralelné zapojenie dierok.

Z praktických dôvodov sa zvykne napätie 230 V dosahovať tak, že na jednu dierku je privedený potenciál 0 V (preto máva názov nulák) a na druhú dierku potenciál 230 V (tá sa zvykne volať fáza).

Ešte sme sa nezmienili o roli kolíkov, ktoré trčia zo zástrčky. Určite ste si už všimli, že nie všetky spotrebiče majú koncovku s dierkou na kolík. Najmä menšie elektrické spotrebiče často vystačia s dvomi dierkami zástrčky. Kolík totiž hrá iba bezpečnostnú úlohu. Aj naň je privedený potenciál 0 V, ale nezávisle od nuláku. Keďže 0 V je potenciál zhodný s potenciálom na zemi, zvykne sa kolík nazývať uzemnenie. Kolíky teda tiež, podobne ako dierky, treba v predlžovačke pospájať paralelne a napojiť na dieru v koncovke predlžovačky.



Obr. 1: Pospájanie vodičmi

3.4 Prejdené kilometre (opravovali Ďuro a Kamila)

Poli bol zvedavý, koľko toho cez víkend vlastne nabehal. Požičal si preto auto s tachometrom a počítadlom najazdených kilometrov a začal jazdiť dookola po okruhu, ktorý normálne beháva. Pri prejazde štartom si Poli zapisoval hodnotu na počítadle pred desatinnou čiarkou. Vlastne nie tak celkom. Nakoľko bol lenivý, tak si zapisoval iba posledné 2 cifry. V zápiskoch sme mu našli tieto čísla:

$$53,\ 55,\ 56,\ 58,\ 59,\ 61,\ 63,\ 64,\ 66,\ 67$$

Hodnoty teda udávajú posledné 2 celočíselné cifry na počítadle (nejde teda o zaokrúhlené údaje podľa platných pravidiel o zaokrúhlovaní podľa cifier za desatinnou čiarkou, lež cifry za desatinnou čiarkou boli surovo useknuté). Čo z týchto hodnôt vie Poli usúdiť o dĺžke okruhu?

Polačko je síce veľký športovec, ale určite nebeháva okruh dĺžky cez 100 km. To, že v zápiskoch sa nenachádzajú cifry na mieste stoviek kilometrov, nás teda nepripravilo o žiadnu podstatnú informáciu.

Pozrime sa na dvojicu čísel 53, 55. Čo z toho vieme usúdiť? Polačko prešiel jeden okruh a jeho dĺžka je aspoň 1 km a najviac 3 km. To preto, lebo skutočná prvá hodnota na tachometri mohla byť číslo od 53,000 km až po 53,999… km a podobne druhá je číslo v rozmedzí od 55,000 km do 55,999… km. Takto vieme prezrieť každú jednu dvojicu susediacich čísel: rozdiely susediacich čísel sú buď jedna alebo dva, pričom tá jednotka mi hovorí, že okruh určite nebol dlhší ako 2 km a tá dvojka obmedzuje dĺžku okruhu zdola na aspoň 1 km.

Čo mi teraz povie trojica čísel 53, 55, 56? Rozdiel na tachometri za dva okruhy je rovný trojke, teda skutočná dĺžka dvoch okruhov je určite v rozmedzí dva až štyri kilometre (okruh má teda dĺžku niekde medzi 1 km a 2 km). Môžem prezrieť všetky trojice čísel, všímajúc si krajné hodnoty a zistím, že maximálny rozdiel na tachometri pre dva okruhy je 4 a minimálny 3. Z trojice okruhov, pre ktorú mi vyšiel rozdiel 4 viem určiť, že dĺžka dvoch okruhov spolu je aspoň $(4-1)$, čo dáva pre jeden okruh dolný odhad jeho dĺžky 1,5 km. Rovnako, z trojice okruhov, pre ktorú bol rozdiel 3, vieme určiť, že okruh je určite kratší ako $(3+1)/2$ km.

A čo mi teraz povie štvorica čísel…? Začína to byť nudné, že? Takže všeobecne: keď Poli prešiel p okruhov a rozdiel na tachometri činí k, tak viem, že skutočná vzdialenosť, ktorú Poli prešiel, je celkom iste väčšia ako $(k-1)$ km a celkom iste menšia ako $(k+1)$ km. Spodné ohraničenie na dĺžku okruhu je $(k-1)/p$ km a horné ohraničenie je $(k+1)/p$ km.[1]

[1] Z toho vidíme, že pre veľké p je ohraničenie úzke. Spravidla dostaneme preto dobré ohraničenie práve pozretím na rozdiel na tachometri pre najväčší počet okruhov. No nie je to maximálna informácia, ktorú máme!

Ako vyťažiť maximum informácie z rady čísel, ktorú nám poskytlo zadanie? Jednoducho prejdeme každú dvojicu čísel (nielen susedných, ale každú), pozrieme aký je ich rozdiel a koľko okruhov pritom Poli najazdil a máme ohraničenia. Skutočná dĺžka okruhu musí byť v prieniku všetkých ohraničení. Takže najprísnejšie môžem dĺžku okruhu zdola ohraničiť najvyšším zo spodných ohraničení. Podobne, najprísnejšie ohraničenie zhora bude najnižšie z horných ohraničení.

Nasleduje tabuľka, ktorá sumarizuje dáta z dvojíc podľa počtu najazdených okruhov. Vidno z nej, že dĺžka okruhu je z intervalu $(1{,}500; 1{,}625)$ km.

	rozdiely na tachometri		**ohraničenie dĺžky okruhu**	
okruh p	min k	max K	min $(K-1)/p$	max $(k+1)/p$
1	1	2	1,000	2,000
2	3	4	1,500	2,000
3	4	5	1,333	1,667
4	6	7	1,500	1,750
5	8	8	1,400	1,800
6	9	10	1,500	1,667
7	11	11	1,429	1,714
8	12	13	1,500	1,625
9	14	14	1,444	1,667

Tab. 2: Výsledná tabuľka, všetky dĺžky sú v kilometroch

Výsledková listina po 3. kole letnej časti 2009/2010

	Meno	Škola	Roč.	1	2	3	4	♡	Σ_3	Σ
1	Eduard Batmendijn	CGSM	8.	8	9	9	9	0,28	35,28	106,56
2	Jaroslava Kokavcová	ZŠ MRŠ	7.	9	9	9	6	1,49	34,49	106,01
3	Martin Kotian	ZŠ Moravany	7.	9	9	9	3	2,70	32,70	102,62
4	Irena Bačinská	G Lipany	8.	9	8	9	6	1,02	33,02	101,26
5	Andrej Kluka	G Piešťany	7.	8	8	9	7	1,92	33,92	98,67
6	Miroslav Gašparek	CZŠ sv. Marg.	8.	8	9	9	4	1,44	31,44	97,47
7	Lukáš Ivan	G BA J.Hronca	8.	6	9	9	4	1,79	29,79	96,51
8	Barbora Velichová	ZSJGT	8.	7	8	9	6	1,44	31,44	95,09
9	Jozef Bucko	ZŠ H. Otrokovce	8.	6	6	9	5	2,08	28,08	94,90
10	Lucia Polakova	GStr	6.	7	6	9	6	3,36	31,36	94,59
11	Matúš Jenča	ZŠ Karloveská	8.	7	7	9	5	1,79	29,79	94,13
12	Adam Škrlec	ZŠ Ostredková	7.	5	8	9	3	4,13	29,13	94,05
13	Radka Kováčová	G Piešťany	8.	7	8	9	6	1,44	31,44	93,47
14	Matej Ralbovský	GŠB	8.	5	7	9	5	2,08	28,08	90,14
15	Cindy Baloghová	ZŠ Vráble	8.	6	6	9	3	2,30	26,30	88,61
16	Hana Krakovská	G BA Grösslingova	8.	6	9	7	5	1,94	28,94	86,43
17	Pavlína Hodulová	G Piešťany	8.	2	7	9	3	2,52	23,52	85,49
18	Marek Krul	ZSMH	7.	5	9	7	4	4,13	29,13	82,25
19	Ema Krakovská	G BA Grösslingova	8.	5	7	9	4	2,20	27,20	77,41
20	Simona Pcolova	G Snina	8.	5	7	9	1	2,46	24,46	72,35
21	František Dráček	ZŠ D.Mariková	8.	4	7	9	3	2,39	25,39	69,94
22	Ivana Bohuncakova	ZŠ Vikartovce	7.	6	5	–	–	2,13	13,13	69,67
23	Martin Perešíni	ZŠ Radvanská	9.	2	5	9	3	0,00	19,00	69,00
24	Lukas Gelo	G Snina	8.	5	6	9	1	0,52	21,52	67,41
25	Maros Polovka	OG Kukučínova Poprad	6.	1	9	–	2	2,32	14,32	65,77
26	Nikoleta Kuklova	ZS Top	7.	2	2	0	1	2,33	7,33	54,71
27	Jana Kubusová	ZŠ Vikartovce	9.	7	5	9	–	-2,00	19,00	47,00
28	Stanislava Vassova	G Snina	8.	–	–	–	–	0,00	0,00	46,05
29	Alexandra Beckova	ZS Top	7.	2	2	–	1	2,33	7,33	46,03
30	Natália Krempaská	ZŠ Vikartovce	9.	8	6	9	–	-2,00	21,00	43,00
31	Karin Sabova	ZS Top	7.	2	2	2	1	3,05	10,05	42,66
32	Stanislav Bednár	G BA J.Hronca	8.	–	–	–	–	0,00	0,00	33,02
33	Marian Longa	ŠPMNDAG	6.	–	–	–	–	0,00	0,00	24,80
34	Peter Klausman	ZŠ ĽŠ Šaľa	8.	–	–	–	–	0,00	0,00	21,58
35	Peter Turansky	SFA	8.	–	–	–	–	0,00	0,00	16,46
36	Zuzana Sisovska	ZS Top	7.	2	2	–	–	1,92	5,92	14,62
37	Maria Dubenova	SFA	7.	–	–	–	–	0,00	0,00	12,65
38	Christian Farkas	ZŠ ĽŠ Šaľa	8.	–	–	–	–	0,00	0,00	12,08
38	Patrik Slarka	SFA	8.	–	–	–	–	0,00	0,00	12,08
40	Samuel Hapák	FMFI UK	15.	–	–	–	–	0,00	0,00	0,00