Fyzikálny korešpondenčný seminár
3. ročník, 2009/2010
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Vzorové riešenia 1. kola letnej časti 2009/2010

1.1 Puding (opravovali Kamila a Polik)

Kubus so Špilíkom si radi varia. Kubus minule uvaril puding a potreboval ho Špilíkovi odniesť. Zobral dlhú tyč, ktorá mala v pravidelných rozostupoch navŕtané malé dierky a tri rovnako ťažké misky s pudingom. Teraz špekuluje, ako by ich zavesil na tyč tak, aby to celé krásne držalo, keď tyč chytí za strednú dieru a smelo vykročí. Ako na to? Misky sa dajú zavesiť do dierok, prípadne aj dve do jednej, medzi dierkami však byť zavesené nemôžu (zošmykli by sa).

Poďme sa pustiť do riešenia. Ukážeme si, ako problém vyriešiť skôr, než pudingy vychladnú. Pre tých, ktorí sa s príkladmi na otáčanie ešte nestretli(a aj pre tých ostatných) je tu fyzikálno vzorcové okienko.

Moment sily: Na popis otáčania nestačí len veľkosť sily, ktorou na tyč pôsobíme, ale záleží aj na tom, ako ďaleko od osi otáčania sme. Čím ďalej od osi otáčania pôsobíme silou, tým väčší otáčavý účinok to na tyč má. Preto sa vo fyzike zavádza veličina, ktorú voláme moment sily a definujeme ju ako $M = Fr$, kde F je sila kolmá na tyč pôsobiaca vo vzdialenosti r od tyče. Potom platí, že tyč je v pokoji vtedy, keď sa momenty síl snažiacich sa ju otočiť jedným smerom rovnajú momentom síl snažiacich sa ju otočiť opačným smerom.

Riešenie úlohy: Aby sa tyč s pudingmi v našom príklade nehýbala, musia pudingy na jednej strane tyče na ňu pôsobiť rovnakým momentom sily, ako pudingy na druhej strane tyče. Keďže pudingov je nepárny počet, určite na jednej strane budú pudingy dva a na druhej jeden. Keďže obe strany tyče vyzerajú rovnako, predpokladajme ďalej, že na pravej strane je jeden puding a na ľavej dva. Ak zavesíme puding vpravo do vzdialenosti 3 dierky od stredu, bude pôsobiť momentom sily veľkosti 3 dierkopudingy. Rovnaký moment sily potrebujeme dostať aj na druhej strane a to sa dá jedine tak, že jeden puding zavesíme do vzdialenosti 1 dierka od stredu a druhý do vzdialenosti 2 dierky od stredu. Ak by sme puding vpravo zavesili 2 dierky od stredu, dostávame pre zvyšné dva pudingy opäť jedinú možnosť, zavesiť ich oba 1 dierku od stredu. Každý vtedy prispeje momentom sily veľkosti 1 dierkopuding, čo spolu dáva požadované 2 dierkopudingy. No a ak sa pokúsime zavesiť puding vpravo do vzdialenosti 1 dierky, zistíme, že pudingy vpravo sa nedajú zavesiť tak, aby mali spolu moment sily veľkosti 1 dierkopuding. Našli sme teda jediné dve riešenia, ktoré úloha mala.

1.2 Cyprián (opravovali Dan a Bea)

Cyprián každé ráno odprevádza malú sestričku Zoju do škôlky, ktorá je jeden kilometer cesty od ich domu. Väčšinou idú rýchlosťou 5 km/h a touto rýchlosťou Cyprián potom pokračuje aj ďalej do školy,

Seminár podporujú:

ktorá je ďalej po ceste. Celá cesta Cypriána z domu do školy pritom trvá 30 minút a každé ráno ju vykoná (vykonajú) za presne ten istý čas. Minule sa však stala galiba – Cyprián si vytkol členok, a tak sa pohyboval pomalšie než obyčajne (stále išiel rovnomernou rýchlosťou, ibaže pomalšie). Cesta do škôlky im so Zojou preto trvala až o 5 minút dlhšie. O koľko dlhšie ako obyčajne vtedy trvala Cypriánovi celá cesta z domu do školy?

Na začiatok sa zamyslime, čo zo zadania poznáme a čo by sme z neho ešte vedeli spočítať. Máme zadanú Cypriánovu rýchlosť ($v = 5\,\mathrm{km/h}$) a aj čas ($t = 30\,\mathrm{min}$), ktorý mu cesta do školy bežne zaberie. Z toho by nemal byť problém zistiť, akú dráhu (označme ju S) Zojin brat každé ráno prejde. Stačí si napísať rovnicu a dosadiť:

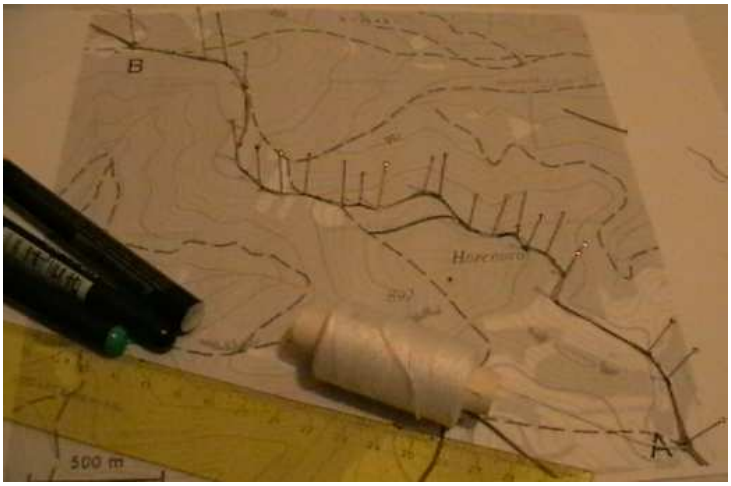
$$S = vt \approx 2{,}5\,\mathrm{km}\,.$$

Ďalej sa stačí už len zamyslieť. Pri prejdení prvého kilometra (vzdialenosť do škôlky) zranený Cyprián stratil päť minút času oproti normálu. Ak má prejsť dvaapolkrát takú vzdialenosť, stratí dvaapolkrát toľko času, čiže 12,5 min a to je aj odpoveď na otázku zo zadania.

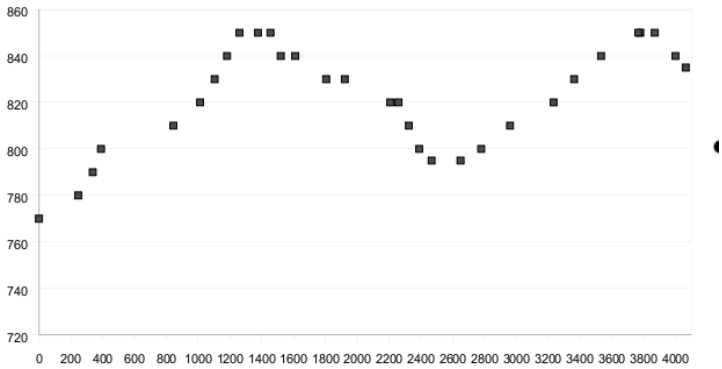
1.3 Mapa (opravovali Aďa a Filip)

Poriadne si prezrite priložený kus mapy a nakreslite výškový profil značkovanej trasy A-B. To znamená, zostrojte graf, ktorý bude mať na x-vej osi vzdialenosť prejdenú po značke a na y-vej osi nadmorskú výšku. Pre lepšie pochopenie zadania si pozrite výškový profil východnej časti Nízkych Tatier na druhom obrázku.

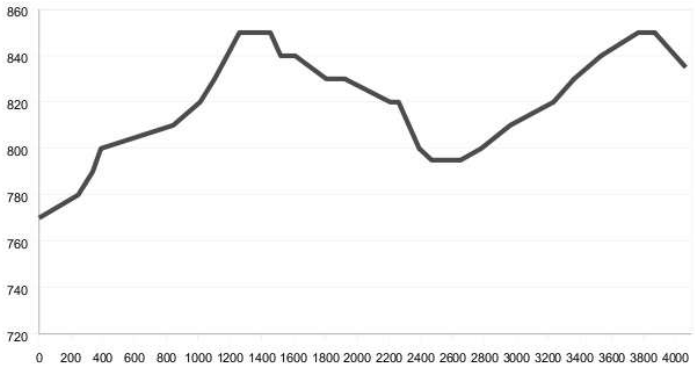
Vzorové riešenie bolo jednoduché i keď trochu prácne. Možno ste už počuli o tom ako sa najpresnejšie merajú vzdialenosti na mape. Nie? Tak takto: zoberme si nitku a položme ju na mapu na trasu cesty (napríklad sa dá tak, že mapu položíme na polystyrén a napicháme špendlíky tam, kde sa cesty ohýbajú – čím viac špendlíkov, tým presnejšie a medzi ne dáme nitku tak, aby ju držali na trati) a vystrieme ju. Jej odmeraním dostaneme dĺžku (obr. 1). Už len zistiť výšku. Keď máme ešte nitku na mape tak dvoma fixami označíme vrstevnice ktoré prechádzajú cez nitku (cestu) – jednou farbou tie, cez ktoré sme šli dolu a druhou tie, čo sme išli hore. Odmeriame, akú vzdialenosť od začiatku nitky sú tieto značky a dostaneme tabuľku, z ktorej spraviť graf je mechanická robota. Všetko ešte musíme prenásobiť mierkou mapy, s ktorou robíme. Uvedomte si, že z mapy sa dajú vyčítať len výškové body (obr. 2) – čiže ako trať stúpala a klesala medzi nimi nevieme – vieme iba, že sa pohybovala v rozmedzí rozdielu medzi dvoma vrstevnicami. Môžeme však uvažovať, že to bolo približne rovnomerné. Z toho môžeme spraviť trať cesty napríklad ako na obr. 3. Všetky údaje na grafoch sú v metroch.



Obr. 1: Postup



Obr. 2: Výškové body



Obr. 3: Výška

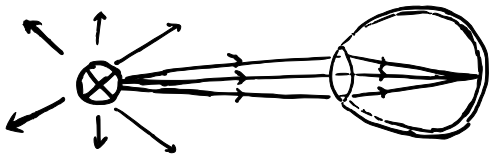
1.4 Panoptikum domáce (opravovali Dada a Bzdušo)

Vezmite dve rovinné zrkadlá a dajte ich kolmo na seba do tvaru písmena L. Čo uvidíte, keď sa pozriete do miesta kde sa obe nožičky spájajú? Koľko obrazov vidíte, kde sú asi umiestnené a ako sú popreklápané? Vysvetlite, prečo je to tak.

Čaute decká. Taaak čo všetko sa v zrkadlách dalo vidieť? Všetko možné – Trebárs aj dinosaury, ale to treba mať za chrbtom Dinopark! ;-) Nás však zaujíma najmä to, ako v takom zrkadle budeme vidieť samých seba.

Tento vzorák berte viac ako študijný text, než ako vzorové riešenie. Kým sa totiž dočítate k samotnému „eLku“,[1] rád by som vám porozprával niečo o ľudskom oku a o tom, ako funguje obyčajné „rovinné“ zrkadlo. Do textu je zasadených hneď 15 vlastnoručných ilustrácií, ktoré by mali uľahčiť jeho čítanie. Tak poďme na to!

Ako funguje ľudské oko? Pozerajme sa napríklad na žiarovku. Žiarovka je zdrojom svetla, ktorá sa z nej po priamkach šíri do všetkých strán (obr. 4). Časť týchto lúčov smeruje aj do nášho oka. Šošovka oka sa nastaví tak (obr. 4), aby všetky lúče prichádzajúce zo žiarovky dopadali na zadnú časť oka (sietnicu),[2] kde sa nachádzajú svetlocitlivé bunky. Tie dokážu informáciu o svetle posunúť mozgu a vyhodnotiť ju.



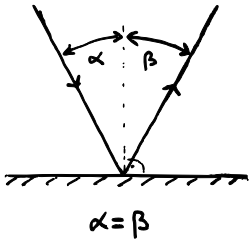
Obr. 4: Zaostrovanie šošovkou oka

Takto vidíme nielen žiarovky, ale aj všetko ostatné. Každý predmet je totiž zdrojom aspoň odrazeného svetla. V ďalšej časti vzoráku sa preto nebudeme hrať na elektrikárov sa budeme sa tváriť, že zdrojom svetla sú jednoducho body (hocijaké na povrchu telies).

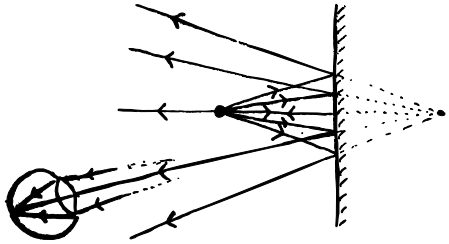
Ako funguje rovinné zrkadlo? Svetelný lúč dopadajúci na zrkadlo sa odrazí tak, že uhol odrazu β je rovný uhlu dopadu α. (obr. 5). Ak bodový zdroj svetla umiestnime pred zrkadlo, okom pozorujeme, že odrazené lúče akoby vychádzali z istého bodu *za* zrkadlom. Jednoduchou geometriou (zhodnosť trojuholníkov podľa vety uhol-strana-uhol) sa presvedčíme, že *zdanlivý zdroj* svetla sa nachádza presne oproti skutočnému zdroju (v rovnakých vzdialenostiach na opačných stranách tej istej kolmice) (obr. 6).

[1] Takto budem v celom vzoráku nazývať oné zrkadlá v tvare písmena L.

[2] Toto „nastavenie sa“ je pre každú vzdialenosť žiarovky iná. Preto nemôžeme vidieť blízke aj vzdialené predmety ostro naraz.

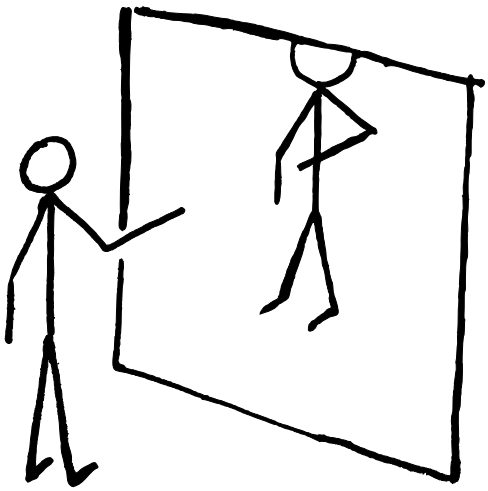


Obr. 5: Zákon odrazu



Obr. 6: Zdanlivý obraz za zrkadlom

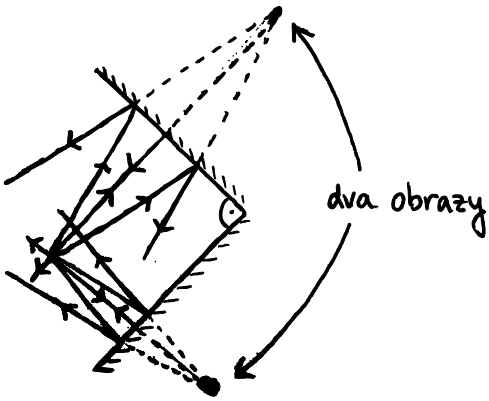
Takýmto spôsobom môžeme zobrazovať každý bod ľubovoľného predmetu, napríklad tváre. Všimnime si, že zrkadlo nevymieňa sprava doľava, ale *spredu dozadu* – Ak stojíte pred zrkadlom a dívate sa na svoj obraz, pravá (ľavá) ruka zostane napravo (naľavo), hlava (nohy) zostane hore (dole). Obraz v zrkadle k vám však nie je otočený chrbtom! Je prevrátený spredu dozadu (obr. 7).



Obr. 7: Človek pred zrkadlom so svojím obrazom

Ako funguje eLko? Každému je jasné, že pokiaľ sme dosť blízko,[3] očakávame aspoň dva svoje obrazy. V každom zrkadle jeden úplne obyčajný obraz, o akom sme rozprávali pred chvíľou.

[3]Slovo „blízko“ tu znamená, že sa nachádzame na nejakej kolmici na zrkadlo, teda doslova „oproti nemu“.

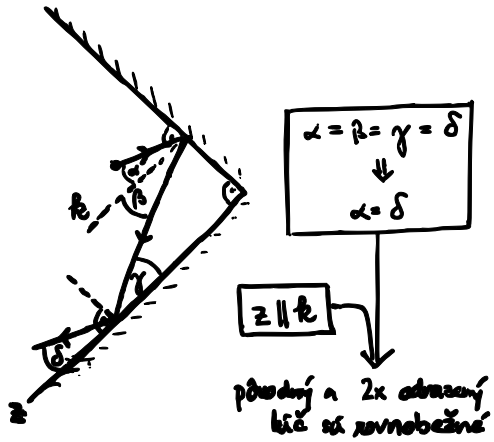


Obr. 8: Dva dobre známe obrazy bodu na eLku

Ako ste si však overili na vlastnej koži, vidíme aj tretí obraz. Je niekde za nožičkami zrkadiel a (na rozdiel od obyčajného odrazu), nemá vymenenú ľavú a pravú stranu. Ako vzniká tento obraz a prečo vyzerá „inak“? To sú otázky, na ktoré vám teraz ponúknem odpoveď.

Lúče, ktoré sa odrazia na jednom zo zrkadiel, sme už preskúmali. Vďaka ním vidíme na každom zrkadle jeden obraz (obr. 9). Zostáva teda jediný možný páchateľ – Lúče, ktoré sa odrazia na *oboch* zrkadlách. Tak to naozaj je – Stačí si nakresliť odrazy niekoľkých lúčov a problém sa nám vyjasní.

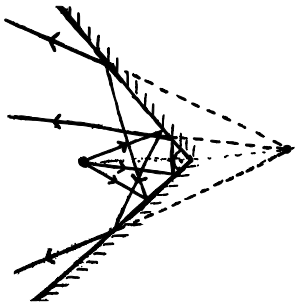
Najprv si všimnime toto: *Lúč sa po odraze na oboch zrkadlách pohybuje presne opačným smerom, ako na pred odrazmi.* Predstavme si pre konkrétnosť situáciu na obrázku 9. Zo zákona odrazu vieme odôvodniť $\alpha = \beta$, zo striedavých uhlov $\beta = \gamma$ a opäť zo zákona lomu $\gamma = \delta$. Dovedna máme $\alpha = \delta$. Keďže priamky, od ktorých sú tieto uhly odčítané (kolmica na jedno zrkadlo a druhé zrkadlo) sú rovnobežné, sú vstupujúci a vystupujúci lúč *rovnobežné* a opačného smeru.



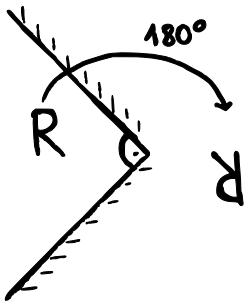
Obr. 9: Pôvodný a dvakrát odrazený lúč sú rovnobežné

Mimochodom, toto sa šikovne využíva napr. v odrazkách na bicykloch. Majú vlastnosť, že keď na ne zasvietime svetlom z hocijakej strany, odrazky odrazia svetlo späť. Overte si to! :-)

Vráťme sa však naspäť k eLku. Ak chceme nájsť obraz, potrebujeme nájsť miesto, odkiaľ zdanlivo vychádzajú všetky lúče. Po chvíli kreslenia si môžeme všimnúť, že týmto miestom je bod, ktorý vznikol otočením pôvodného bodu o 180 ° okolo nožičiek zrkadiel (obr. 10). Matematický dôkaz nechám na vás (správne riešenie by ho malo mať), kľúčové sú opäť nejaké zhodné trojuholníky.



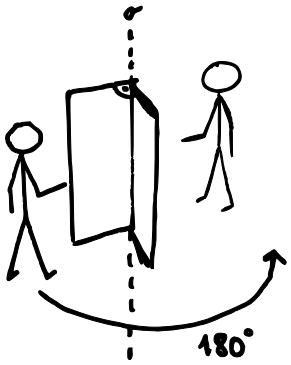
Obr. 10: Vznik tretieho obrazu



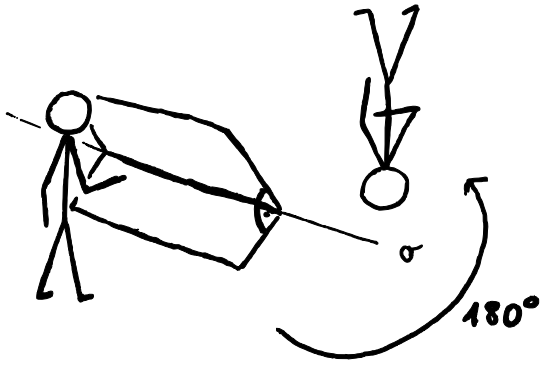
Obr. 11: Odraz písmena R

Okrem kreslenia veľa čiar sa však dalo problému chopiť aj inak. Ako ste si mnohí všimli, v jednom zrkadle vznikne (okrem všetkého možného) aj obraz druhého zrkadla. Toto *zdanlivé* zrkadlo funguje ako *skutočné* zrkadlo – Tiež vytvára obrazy predmetov zrkadlovou symetriou. Okrem iného vytvára aj „obraz obrazu“ skúmaného bodu. Nakreslite si situáciu sami a overte si, že výsledný bod vyjde (po dvoch zrkadleniach na navzájom kolmých rovinách) aj pri takomto skúmaní otočený o 180 ° okolo nožičiek zrkadiel (tj. priesečníku oných rovín).

Dvoma rôznymi spôsobmi sme sa ponaučili, že každý bod sa na eLku zobrazí otočený o 180 ° okolo nožičiek zrkadiel. Keďže každý bod, tak aj *celé predmety* sa zobrazia otočené o 180 ° okolo nožičiek zrkadiel (obr 12). Lenže nožičky zrkadiel môžeme naorientovať rôzne, preto môžeme pri inak zostavených zrkadlách vidieť rôzne obrazy (obr. 12 a **??**)



Obr. 12: Stojatá nožička



Obr. 13: Ležatá nožička

Všimnite si, že podstatná je len orientácia spoločných nožičiek. Natočenie eLka vzhľadom na túto os je nepodstatné. Preto človek na nasledujúcej trojici situácii uvidí za nožičkami vždy to isté:

Skúste si to sami, je to naozaj zábavné! :-)

Zhrnutie: Čo si vziať ako ponaučenie? Že eLko nevytvára náš obraz *zrkadlovo podľa roviny*, ale *otočením o* 180° *okolo spoločných nožičiek*. To vysvetľuje, prečo je obraz v zrkadle tak zvláštne natočený.

Čo sa týka hodnotenia, nehodnotili sme veľmi prísne, pretože mnohí z vás nesprávne pochopili zadanie a nevedeli, že majú hľadať obrazy seba. Z toho dovôdu sme hodnotili podľa nasledovnej schémy:

- Ak ste si všimli, že na zrkadlách sa zrkadlia aj samotné zrkadlá,[4] dostali ste aspoň 4 body.
- Ak ste správne pozorovali všetky tri obrazy v zrkadlách, dostali ste aspoň 7 bodov.
- Ak ste napísali aspoň intuitívne vysvetlenie, prečo je obraz za nožičkami nezvykle otočený, dostali ste 9 bodov.

Ak sa vám hrátky so zrkadlami páčili, môžete experimentovať ďalej napríklad tak, že uhol medzi zrkadlami budete meniť. Čo uvidíte v tomto prípade? Pohrajte sa![5] :-)

Prajeme veľa šťastia v druhej sérii! :-)

[4] Toto sa dá veľmi šikovne pozorovať, ak máte na zrkadle prach alebo nejakú inú špinu. :-) vo vzoráku som sa tomuto javu nijako neevenoval.

[5] Ak sa vám hrátky *veľmi* páčili, určite si zožeňte Macháčkove učebnice fyziky, z ktorých dávame na stránku ufo študijné materiály.