

# Fyzikálny korešpondenčný seminár

3. ročník, 2009/2010

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

## Vzorové riešenia 2. kola zimnej časti 2009/2010

### 2.1 Izidor (opravovala Bea)

Izidor chodí každé ráno do školy vzdialenej 2 kilometre, pričom sa pohybuje rovnomerným pohybom a vždy rovnakou rýchlosťou. Za normálnych okolností príde do školy 15 minút pred vyučovaním. Minule však tesne pred školou zistil, že si doma zabudol zošit z predmetu „Náuka o zdravom rozume“ a tak sa poň musel vrátiť domov. Aby to stihol, švihal trojnásobne rýchlejšie nez obvykle, no aj tak meškal 10 minút. Koľko mu trvá cesta do školy normálne?

Najprv si uvedomme, čo vieme. Izidor svojou normálnou rýchlosťou  $v$  prišiel do školy 15 minút pred vyučovaním. Potom sa otočil, rýchlosťou trikrát väčšou ako normálne zabehol 2 km domov, schmatol zošit a zabehol ďalšie 2 km späť do školy. Vrátil sa 10 minút po začiatku vyučovania – celý beh mu teda trval 25 minút. Za tento čas prebehol spolu  $2 \cdot 2$  km, teda spolu 4 km a to všetko rýchlosťou trikrát väčšou ako normálne, teda  $3v$ .

No a teraz sa už stačí iba trochu zamyslieť a dať to všetko dohromady. Keď sa ponáhlal domov a späť, cesta mu trvala 25 min. Keby však šiel tak rýchlo, ako chodí bežne, bol by trikrát pomalší, cesta by mu teda trvala trikrát dlhšie, čiže 75 min. Ale Izi tentokrát musel prejsť dvakrát takú vzdialenosť, ako bežne, preto mu cesta do školy trvá polovičný čas  $\frac{1}{2} \cdot 75 \text{ min} = 37,5 \text{ min}$ . Dorko chodievala do školy 37,5 min.

Ja osobne si myslím, že Izidor je strašne pomalý a vy veľmi šikovný, lebo len na pár výnimiek, to majú všetci na plný počet. Čo vám k tomu poviem. Paráda! A tým ostatným, prečítajte si zadanie viackrát a ujasnite si, na čo sa pýtame a čo zo zadania vyplýva. A aj keď sa Vám zdá príklad banálny, popisujte vlastnými slovami, čo daným zápisom myslíte a čo rátate. Nám to totiž jasné byť nemusí. No a nezabúdajte dosádzať jednotky do vzorcov. Lebo si tam dosadím kačičky. A potom to máte zle, lebo sme sa nepýtali na kačičky. Chápete, či chrápete? Fajn. Tak nech snežia darčeky, aspoň metrová vrstva :-)

### 2.2 Bežky (opravovali Aďa a Marek)

Jakub chodí v zime bežkovať. Bežky, pokiaľ na nich akurát nestojí, si nesie na pleci a to spôsobom, aký ukazuje obrázok. Bežka má dĺžku 2 m, pričom pri nesení je 50 cm z nej pred plecom a zvyšok (150 cm) za. Aby bežka nespadla, na svojom najprednejšom konci ju tlačí rukou nadol a to práve takou silou aby bežka ostala vodorovná. Hmotnosť bežky je 3 kg a predpokladajte, že je rozložená rovnomerne pozdĺž jej dĺžky. Akou silou tlačí bežka Jakubovi na rameno?

Všimnime si, že naša bežka tvorí páku s bodom otáčania okolo Jakubovho ramena. Na túto páku pôsobia dve sily, ktoré sa ju snažia roztočiť – gravitácia a Kubova ruka. Gravitačná sila má veľkosť  $mg \approx 30 \text{ N}$  a pôsobí v strede bežky, teda 0,5 m od Kubovho ramena. Kubo pôsobí na bežku nejakou neznámou silou v rovnakej vzdialenosti od svojho ramena, no z opačnej strany. Ak sa bežka nemá otáčať okolo Kubovho ramena, musí na ňu Kubo pôsobiť tiež silou 30 N.

Seminár podporujú:



iuventa

Ostáva už len otázka, akou silou pôsobí bežka Kubovi na rameno. Táto sila bude *rovnaká* ako sila, ktorou pôsobí rameno na bežku.<sup>1</sup> My však vieme, že bežka je v pokoji. To znamená, že súčet všetkých síl, ktoré na ňu pôsobia, je nulový. Jediné sily, ktoré na bežku pôsobia, sú však gravitačná, sila od Kubovej ruky a sila od Kubovho ramena. Obe sily (gravitačná a Kubova ruka), ktoré smerujú nadol, majú každá veľkosť 30 N. Ak sa majú vyrušiť so silou, ktorou pôsobí na bežku Kubovo rameno, táto sila musí mať veľkosť 60 N.

### 2.3 Kmeň (opravovali Kamilama a Marcel)

V africkom kmeni N!xau sa šaman rozhodol začať s vedou. Aby vedu čo najviac priblížil domorodému obyvateľstvu, zvolil si nasledovné jednotky miery: rýchlosť meria v jednotkách gepard (1 gepard = 30 m/s), dĺžku v žirafách (1 žirafa = 6 m), hmotnosť v morčatách (1 morča = 200 g) a silu v bugoch (1 bug = 0,05 N).

- a) (4 body) Ako v týchto jednotkách vyjadří tlak o veľkosti 1 Pa?  
 b) (5 body) Ako splní zadanie a) pokiaľ vo výsledku nechce mať bug?

V africkom kmeni sa rozhodli používať skutočne nevšedné jednotky. Na to, aby sme zistili ako vyjadříme tlak v jednotkách nášho kmeňa, potrebujeme zistiť, ako sa vyjadří tlak v „našich“ jednotkách:

$$[p] = [F]/[S],$$

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2.$$

Pozrime sa na to: Newton na jednotky známe nášmu kmeňu premeniť vieme, metre tiež, teda by to malo ísť. Dosadíme  $1 \text{ bug} = 0,05 \text{ N}$  teda  $\text{N} = 20 \text{ bug}$ , ďalej  $1 \text{ žir} = 6 \text{ m}$  teda  $1 \text{ m} = \frac{1}{6} \text{ žir}$ , pozor  $1 \text{ m}^2 = \frac{1}{36} \text{ žir}^2$ . Tým pádom

$$1 \text{ Pa} = \frac{20 \text{ bug}}{\frac{1}{36} \text{ žir}^2} = 720 \frac{\text{bug}}{\text{žir}^2}.$$

Ako vyjadří 1 Pa, keď nechceme bug? Nájdime najprv vyjadrenie 1 Pa v „našich“ jednotkách, tak aby neobsahovalo Newton. Keďže jednotky SI (to je sústava siedmich základných fyzikálnych jednotiek, od ktorých sa odvídajú ostatné jednotky) neobsahujú Newton, nemalo by to byť také ťažké. Sila sa dá vyjadříť takto:  $[F] = [ma] = \text{kg m/s}^2$ . Teda keď to dosadíme do Pascalu:

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2 \text{ m}^2} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m s}^2}.$$

Toto vyjadrenie nám vyhovuje, lebo neobsahuje N (teda nebude ani bug), na druhej strane sekundy nemáme vyjadrené v jednotkách kmeňa. Jediná jednotka, ktorú Afričania poznajú a obsahuje sekundy, je gepard  $1 \text{ gep} = 30 \text{ m/s}$ , vo vzorci potrebujeme mať v menovateli sekundu na druhú, teda geparda potrebujeme umocneného na druhú:

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{m s}^2 \text{ m}^2} = 1 \frac{\text{kg (m/s)}^2}{\text{m}^3}.$$

<sup>1</sup>Toto sa volá zákon akcie a reakcie. Znamená to, že ak dve telesá na seba navzájom pôsobia nejakými silami, tak prvé teleso pôsobí na druhé rovnako veľkou silou, ako druhé na prvé, avšak tieto sily majú opačný smer.

Teraz už máme všetko tak ako to potrebujeme,  $1 \text{ kg} = 5 \text{ mor}$ ,  $1 \text{ m/s} = \frac{1}{30} \text{ gep}$ ,  $1 \text{ m} = \frac{1}{6} \text{ žir}$ . Dosadíme:

$$1 \text{ Pa} = 1 \frac{\text{kg (m/s)}^2}{\text{m}^3} = \frac{5 \text{ mor} \cdot (\frac{1}{30} \text{ gepard})^2}{(\frac{1}{6} \text{ žir})^3}.$$

$$\text{Pa} = 1,2 \text{ mor gep}^2 / \text{žir}^3$$

S príkladom ste sa statočne popasovali, často ste však mali problém ujasniť si rozdiel medzi veličinami a jednotkami a veľmi často sa vyskytovala taká chyba, že po tom, čo ste za veličinu dosadili číslo (čo sa tam koniec koncov v záujme všeobecnosti robiť ani nemalo) tak ste tomu číslu akoby vygumovali jednotky. Často vás lákalo dať si do vzorca konkrétne gravitačnú silu a za gravitačné zrýchlenie si dosadiť desiatku. To však nebol najšťastnejší prístup. Pokiaľ ste sa ešte nestretli so všeobecnejšou formou vzorca pre vzťah medzi silou a zrýchlením, tak v tomto vzoráku ste sa s ňou mohli zoznámiť. Občas sa vyskytla chyba, že ste si zamenili jednotky rýchlosti a času, prípadne rýchlosti a zrýchlenia, aj na to treba dávať pozor. Takisto je dôležité nezabudnúť pri umocňovaní umocniť okrem čísla, ktoré určuje pomer medzi odpovedajúcimi SI jednotkami, umocniť aj dané jednotky, napr.  $1 \text{ m}^3 = \frac{1}{216} \text{ žir}^3$ .

## 2.4 Čierna skrinka (opravovali Dada a Halucinka)

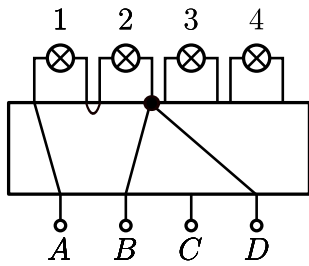
Máme čiernu skrinku, ktorá obsahuje v sebe nejaké elektrické zapojenie, o ktorom vieme že sa skladá iba z obyčajných vodičov a žiaroviek, ktoré z nej trčia von. Z čiernej skrinky vedú von 4 vývody ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ) na ktoré môžeme pripájať baterku a 4 žiarovky (1, 2, 3, 4). Vezmeme baterku a postupne ju budeme pripájať:

- na vývody  $A, B \rightarrow$  zasvietia žiarovky 1 a 2
- na vývody  $D, A \rightarrow$  zasvietia žiarovky 1 a 2
- na vývody  $B, C \rightarrow$  zasvietia žiarovky 3 a 4
- na vývody  $C, D \rightarrow$  zasvietia žiarovky 3 a 4

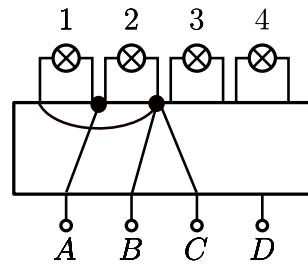
Všetky žiarovky pritom svietia vždy rovnako silno. Keď pripojím baterku na  $A, C$  svietia všetky štyri žiarovky, ale slabšie ako predtým. Čo sa stane ak pripojím baterku na  $B, D$ ?

Čo sa skrýva v čiernej skrinke? Poďme si prečítať, čo to tá skriňa má byť vlastne zač. Keď baterku pripojíme na vývody  $A$  a  $B$ , tak začnú svietiť iba žiarovky 1 a 2. To znamená, že je to pekný uzavretý obvod, v ktorom sú dve žiarovky. Ako môžu byť zapojené tieto žiarovky? Paralelne (vedľa seba) alebo sériovo (za sebou). To ešte nevieme. Podobne keď baterku pripojíme na vývody  $A$  a  $D$ , tak svietia rovnaké dve žiarovky a rovnako môžu byť zapojené paralelne alebo sériovo.<sup>2</sup>

<sup>2</sup>V obrázkoch sú čiernymi bodkami naznačené uzly, len krížiace sa vodiče, nie sú uzly.

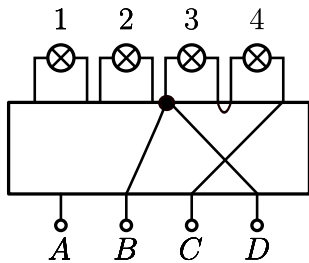


Obr. 1: Zapojenie žiaroviek 1 a 2 sériovo

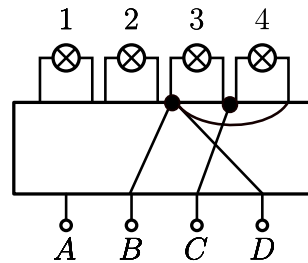


Obr. 2: Zapojenie žiaroviek 1 a 2 paralelne

Analogicky pripojíme žiarovky 3, 4 na vývody C, B a potom aj na vývody C, D. Zapojenie bude zase sériové, alebo paralelné.



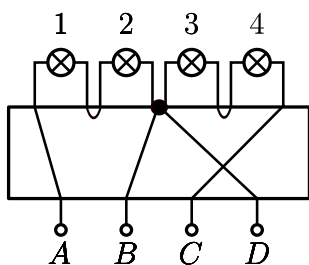
Obr. 3: Zapojenie žiaroviek 3 a 4 sériovo



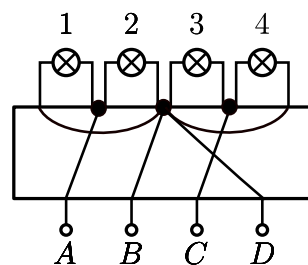
Obr. 4: Zapojenie žiaroviek 3 a 4 paralelne

V zadaní je napísané, že pri všetkých zapojeniach (okrem posledného) svietia žiarovky rovnako silno. Čo ma privádza na otázku, či žiarovky 1 a 2 môžu byť zapojené paralelne a žiarovky 3 a 4 sériovo a zároveň budú všetky sieteť rovnako silno. Odpoveď na túto otázku je samozrejme nie. Označme odpor jednej žiarovky  $R$  a napätie na baterke  $U$ . Odpor dvoch sériovo zapojených žiaroviek je  $2R$  a z Ohmovho zákona prúd pretekajúci nimi bude:  $I = \frac{1}{2}U/R$ . Ak sú zapojené paralelne, tak každá z nich je vlastne (v podstate nezávisle) napojená na potenciálový skok (= napätie) o veľkosti  $U$  a prechádzajúci prúd  $U/R$  je dva krát taký veľký ako v predchádzajúcom prípade. To znamená rôznu intenzitu svietenia. Preto žiarovky 1, 2 musia byť zapojené rovnako ako žiarovky 3, 4.

Teda zapojenia (12) a (34) sú buď obe paralelné alebo sériové. Zatiaľ naša čierna skrinka vyzerá takto:



Obr. 5: Zapojenie všetkých žiaroviek sériovo



Obr. 6: Zapojenie všetkých žiaroviek paralelne

Teraz nám ostáva už len overiť poslednú podmienku zo zadania. Keď zapojíme zdroj na  $A$  a  $C$ , tak musia svietiť všetky štyri žiarovky, ale slabšie. Overme si túto podmienku pre našu čiernu skrinku, skladajúcu sa či už zo sériových alebo paralelných zapojení dvojíc žiaroviek. V uzle  $B = D$  bude elektrický potenciál rovný priemernej hodnote z potenciálov v uzloch  $A, C$ . Toto platí vďaka symetrii celej situácie. Z toho hneď dostávame, že potenciálový rozdiel medzi  $A$  a  $B$  respektíve medzi  $B$  a  $C$  bude polovičný v porovnaní s rozdielmi pri predchádzajúcich zapojeniach baterky. Polovičné teda budú aj všetky prúdy tečúce baterkami a tieto teda skutočne budú svietiť slabšie.<sup>3</sup> Už sa len stačí pozrieť, čo sa stane, keď zapojíme baterku na vývody  $B$  a  $D$ . Keďže  $B$  a  $D$  sú priamo spojené vodičmi (obvod je uzavretý a neprechádza žiadnou žiarovkou), teda nebude svietiť ani jedna žiarovka, ba dokonca nastane skrat.

Veľa z vás robilo chybu v tom, že ste predpokladali, že existuje práve jedno riešenie čiernej skrinky. Čítala som aj nejaké pokusy o empatiu: „Veď by ste nedávali príklad s dvoma riešeniami vedúci k dvom rôznym výsledkom“. Bohužiaľ takýto argument sme neuznávali. Od úplne správneho riešenia sme vyžadovali zmienku o tom, že hľadáme všetky riešenia a pár slov o paralelnom a sériovom zapojení jednotlivých žiaroviek. Nechceli sme dôkaz, že sú to všetky riešenia, skutočne presný dôkaz koniec-koncov chýba aj tomuto vzoráku. Chceli sme však vidieť, že ste sa nad tým zamysleli. Ak vám toto chýbalo, tak sme strhli 1 bodík, čo sa bohužiaľ stávalo veľmi často. Za neoverenie poslednej podmienky (že na vývodoch  $A, C$  svietia všetky štyri žiarovky a slabšie) sme strhávali tiež 1 až 2 bodíky. Za nepresné popisovanie, nebodaj chyby som strhla už viac. Celkovo sa však tešíme z toho, že bolo veľa riešení s dobrou myšlienkou (ste múdri) a teším sa na ďalšie. Veselé Vianoce želáme.

---

<sup>3</sup>Inými slovami, dvakrát to isté zapojené v sérii na danú baterku znamená že baterka musí svoje napätie rozložiť na obe polovice obvodu a na každú teda pripadá napätie iba polovičné.