

Fyzikálny korešpondenčný seminár

4. ročník, 2010/2011

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

Čau decká,

tak sme sa konečne dočkali. Je tu koniec letnej série a s ním aj definitívne výsledky korešpondenčnej časti. Niektorí z Vás okrem svojich riešení a vzorákov minulej časti držia v rukách aj pozvánky na sústredenie pre tých najlepších. Dúfame, že sa Vás na sústredení zúčastní čo najviac a že spolu zažijeme nezabudnuteľné zážitky v lone prírody, neďaleko Púchova v ŠvP Lazy pod Makytou.

Nech sa páči, teraz sa zahĺbte do študovania vzorových riešení a po návrate do školy šup-šup za triednym učiteľom, aby ste sa mohli nášho sústredenia zúčastniť.

Veľa slnka a letnej pohody Vám želajú

Vaši vedúci UFO

Seminár podporujú:



iuventa

Vzorové riešenia 3. kola letnej časti 2010/2011

3.1 Čínsky múr (opravoval Jano, vzorák Samo)

Čínska ľudová republika prišla s ďalším impozantným plánom: Čínsky múr postaviť okolo celého sveta! Odhadnite, o koľko by stúpila hmotnosť Zeme, keby sme postavili okolo rovníka päťdesiat metrov široký a päť metrov vysoký múr. Uvažujte priemernú hustotu múru $\rho = 3\,500 \text{ kg/m}^3$.

Tento príklad bol chyták. Hmotnosť Zeme sa samozrejme nezmení, pretože materiál na stavbu múru berieme zo Zeme.

3.2 Ťažisko (opravoval Polik)

Katka si vystrihla z papiera štvorec so stranou dlhou 20 cm. Zdal sa jej akýsi veľký, tak z jeho pravého horného rohu vystrihla menší štvorček so stranou 10 cm. Veselá Katka si vzala svoj štvorček a bola preč. Nám zostal divný útvar a otázka na jazyku. Kde máš ťažisko? Nájdite ťažisko útvaru na obrázku.

Čaute decká, tento príklad Vás riešilo mnoho a čo ma potešilo, tak sa vyskytlo aj mnoho druhov riešení. Niektoré boli zaujímavé a správne, na iných ste zistili, ako sa k tomuto príkladu pristúpiť nedá.

Teoretická príprava: Ťažisko, občas nazývané aj hmotný stred, je bod, ktorý je v strede telesa vzhľadom na jeho hmotnosť. Vysvetlime si, čo to znamená a ako ťažisko hľadať.

Najjednoduchšie nájdeme ťažisko jedného hmotného bodu, ten má ťažisko presne tam, kde sa nachádza. Podobne jednoduché je nájsť ťažisko dvoch rovnako hmotných bodov, ťažisko bude ležať presne v strede medzi nimi. Čo však robiť, ak hmotnosti nie sú rovnaké a jeden hmotný bod je napríklad dvakrát ťažší ako druhý? Vtedy, v zhode s našou intuíciou, ťažisko leží opäť na spojnici oboch bodov, avšak dvakrát bližšie k ťažšiemu bodu. Ak označíme body B_1 a B_2 , pre ich ťažisko T platí

$$\frac{|B_1T|}{|B_2T|} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Doteraz sme sa zaoberali tým, ako nájsť ťažisko hmotných bodov, v praxi však častejšie pracujeme s celými telesami. Vtedy nám pomôže nasledovné tvrdenie:

Ak nahradíme každé teleso hmotným bodom umiestneným do jeho ťažiska s hmotnosťou rovnou hmotnosti telesa, spoločné ťažisko telies sa nezmení.

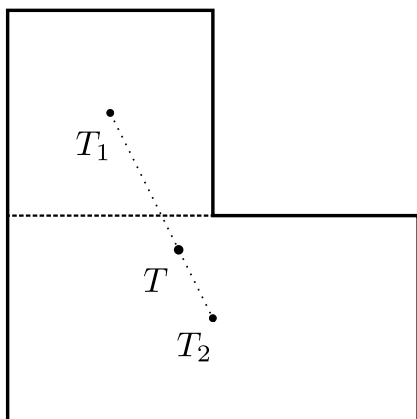
Vyzbrojení týmito znalosťami sme pripravení pustiť sa do riešenia úlohy.

Riešenie Všimneme si, že útvar na obrázku sa dá rozdeliť na štvorec $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ a obdĺžnik $20\text{ cm} \times 10\text{ cm}$. Ťažisko štvorca aj obdĺžnika sa nachádzajú v ich strede – v mieste, kde sa pretínajú uhlopriečky. Obdĺžnik má dvakrát väčšiu hmotnosť, preto bude ťažisko dvakrát bližšie k nemu ako ku štvorcu. Vieme ho vyznačiť geometricky na obrázku, prípadne spočítať jeho polohu. Ťažisko obdĺžnika sa nachádza vo výške 5 cm , ťažisko štvorca vo výške 15 cm . Výsledné ťažisko má byť dvakrát bližšie k ťažisku obdĺžnika, preto jeho výška bude

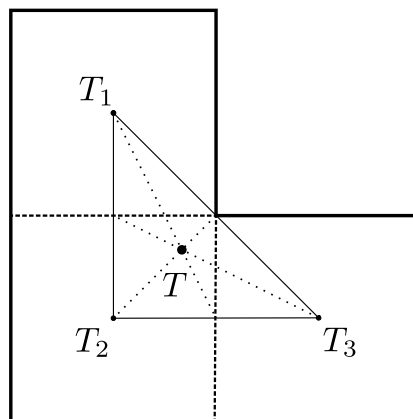
$$\frac{2 \cdot 5\text{ cm} + 15\text{ cm}}{3} \approx 8,3\text{ cm}.$$

Úplne rovnakou úvahou zistíme, že jeho vzdialenosť od ľavého okraja je rovnako $8,3\text{ cm}$.

Toto však nie je jediné možné riešenie. Útvar sa dá rozdeliť aj na tri zhodné štvorce, každý s ťažiskom v strede a nám zostáva nájsť ťažisko troch rovnakých bodov – teda trojuholníka. A nájsť ťažisko trojuholníka je už hračka, stačí si spraviť priesečník dvoch ťažníc.



Obr. 1: Prvý spôsob



Obr. 2: Druhý spôsob

Na domácu úlohu sa môžete zamyslieť nad tým, prečo je ťažisko vyplneného trojuholníka a ťažisko troch vrcholov tohto trojuholníka rovnaké. To isté samozrejme platí aj pre štvorec.

3.3 Čaj (opravoval Polik)

Samo je strašne smädný a dostal chuť na čaj. Nemá však v pláne čakať, kým čerstvo uvarený čaj vychladne a preto si doň sype kocky ľadu. Zistite, ako sa zmení teplota čerstvo uvareného čaju, ak doň vhodíme 50 g ľadu. Objem čaju v hrnčeku je 200 ml , pri roztopení ľad prijme 330 kJ na každý kilogram hmotnosti. Merná tepelná kapacita vody je $4,2 \frac{\text{kJ}}{^\circ\text{C kg}}$.

Táto úloha bola pomerne jednoduchá, no ľahko sa v nej dalo na niečo zabudnúť, tak si teda vysvetlime v čom bol háčik.

Ak ohrievame ľad po dosiahnutí teploty 0°C , jeho teplota sa prestane zvyšovať a všetko dodávané teplo sa spotrebúva na jeho roztápanie až dotedy, kým sa celý ľad neroztopí. Koľko energie treba ľadu dodať, aby sa celý roztopil, sme vám prezradili v zadaní, je to $l = 330\text{ kJ/kg}$. Čo sa však stane s ľadom po roztopení? Je z neho voda s teplotou 0°C a táto voda ďalej ochladzuje horúci čaj. To znamená, že energia vriaceho čaju sa musí odovzdať na roztopenie ľadu a potom na ohriatie vody, ktorá z tohto ľadu vznikla.

Začnime tým, že zistíme, ako sa ochladí čaj len vďaka roztopeniu sa ľadu. Ľad na svoje roztopenie spotrebuje energiu

$$Q = lm_{\text{ľadu}} \approx 0,05 \text{ kg} \cdot 330 \text{ kJ} = 16,5 \text{ kJ}.$$

To spôsobí pokles teploty vody o

$$\frac{Q}{cm_{\text{vody}}} \approx \frac{16,5 \text{ kJ}}{0,2 \text{ kg} \cdot 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{°C kg}}} \approx 19,6 \text{ °C}.$$

Po roztopení máme 50 ml vody teploty 0 °C a 200 ml vody teploty 80,4 °C. Teplota sa po čase ustáli na ich priemere, to je

$$\frac{200 \cdot 80,4 \text{ °C} + 50 \cdot 0 \text{ °C}}{250} \approx 64,3 \text{ °C}.$$

Názov postupu, ktorý sme pri riešení predviedli, v škole učene volajú „riešenie kalorimetrickej rovnice“. Ako ste však sami videli, bola to len trocha zdravého sedliackeho rozumu, znalosti prírody a aritmetického priemeru. Z tejto úlohy si tak v zásade môžete odniesť dve ponaučenia

- (i) Učené názvy nie sú dôležité, dôležitý je rozum, nikdy sa nimi preto nenechajte zastrašiť
- (ii) Chladiť nápoje ľadom sa fakt oplatí

Do sčajenia priatelia!

3.4 P'Olikova plavba (opravoval Samo)

Poli sa vydal na plavbu okolo sveta vo svojej pltke tvaru krabice od topánok. Ultraľahký materiál, z ktorého bolo plavidlo vyrobené, nevážil nič. Keď stál Poli v lodke sám, hladina vody siahala do výšky $h_1 = 30 \text{ cm}$ odo dna lodky. Aby Polimu smutno, pristúpila k nemu v prostred plavby Marika. V tom momente sa čiara ponoru zvýšila na $h_2 = 50 \text{ cm}$. Ak viete, že Marika váži 53 kg, zistíte, akú hmotnosť má Polik.

Kľúčom k vyriešeniu tejto úlohy je odhaliť súvislosť medzi hĺbkou ponoru a hmotnosťou nákladu. Tu nám pomôže Archimedov zákon v znení:

Teleso ponorené do vody je nadľahčované silou rovnou tiaži vody s rovnakým objemom, ako je objem ponorenej časti telesa.

Keďže Polikova lodka má tvar krabice, objem jej ponorenej časti je priamo úmerný jej hĺbke ponoru. Tu je veľmi dôležité si uvedomiť, že toto platí len preto, že lodka má takýto tvar, pre priemyselne vyrábané lode toto tvrdenie neplatí.

Ak má Polik s lodkou plávať, musí byť nadľahčovaný silou rovnou jeho vlastnej tiaži, z tejto a predošlých úvah zisťujeme, že hĺbka ponoru je priamo úmerná hmotnosti nákladu na lodke.

Ak teda 53 kg ťažká Marika zvýši ponor o 20 cm, na ponor 30 cm je potrebná hmotnosť:

$$53 \text{ kg} \cdot \frac{3}{2} \approx 80 \text{ kg}.$$

A to je Polikova hmotnosť.

Všetci, čo tento príklad poslali, mali správny výsledok. Nanešťastie väčšina z Vás sa k nemu dopracovala nesprávnou úvahou v štýle: „Poznáme tri čísla, treba ich nejako vydeliť (použiť trojčlenku)¹ aby sme dostali štvrté.“ Náhodou ste sa trafili, avšak ak by bol príklad čo len trochu komplikovanejší a loďka by nemala tvar krabice, ale napríklad tvar polgule, Vaše riešenie by dalo nesprávny výsledok. Správne riešenie jednoducho musí obsahovať zdôvodnenie, prečo je výsledok taký, ako tvrdíte. Berte si príklad z tohto vzoráku.

¹nevhodné preškrtnite

Výsledková listina po 3. kole letnej časti 2010/2011

	Meno	Škola	Roč.	1	2	3	4	♥	Σ ₃	Σ
1	Jaroslava Kokavcová	ZŠ MRŠ	8.	9	9	9	9	0,00	36,00	103,57
2	Martin Kotian	ZŠ Moravany	8.	9	9	9	9	0,00	36,00	101,17
3	Viktória Jančarová	ZŠ Mierová	7.	5	9	9	9	1,92	33,92	98,01
4	Andrej Kluka	G Coubertina	8.	9	9	5	3	2,08	28,08	91,73
5	Magdaléna Reháková	GFGL	8.	8	7	5	9	1,62	30,62	91,01
6	Daniel Filakovský	G Snina	8.	9	9	5	3	2,08	28,08	88,02
7	Tereza Grunwaldská	SŠDT	8.	9	9	8	9	0,28	35,28	87,89
8	Peter Kovács	G Alejová	8.	9	9	5	3	2,08	28,08	87,60
9	Michal Rózsa	ZŠ Ostredková	8.	9	9	5	2	2,20	27,20	85,46
10	Martin Majtán	ZŠ Holubyho	7.	5	-	4	3	4,32	16,32	81,45
11	Jakub Ďurčík	ZŠ Dolná Tižina	9.	5	4	7	9	0,00	25,00	78,00
12	Martin Peško	ZŠ Motešice	8.	5	9	4	3	2,52	23,52	77,86
13	Miroslav Papcun	ZŠ Vajanského	7.	9	1	9	3	4,62	26,62	72,43
14	Ondrej Bilý	ZŠ Kudlovska	8.	9	4	5	3	2,52	23,52	72,19
15	František Dráček	ZŠ D. Mariková	9.	9	4	9	3	0,00	25,00	66,00
16	Tomáš Velich	ZŠ Fándlyho, Pezinok	8.	4	7	5	3	2,58	21,58	65,70
17	Natália Strakáčová	Gamča	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	61,10
18	Ján Mitník	ZŠ Čečejevce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	58,67
19	Erik Hricka	G. Uršule Nedbalovej	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	57,74
20	Kristína Bajnková	ZŠ Vikartovce	7.	9	5	2	3	4,85	23,85	57,35
21	Adam Škrlec	ZŠ Ostredková	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	57,02
22	Barbora Triščová	ZŠ s MŠ Jarovnice	7.	9	4	-	3	4,80	20,80	56,73
23	Katarína Ráczová	ZŠ Trebišovská	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	56,61
24	Matúš Trišč	ZŠaMŠ Jarovnice	7.	9	4	-	3	4,80	20,80	50,93
25	Nikola Pitkova	ZŠ Vikartovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	49,57
25	Mária Mirková	ZŠ Vikartovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	49,57
27	Lenka Miková	ZŠ SNP Šurany	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	47,75
28	Dávid Čunderlík	ZSJGT	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	47,02
29	Boris Gregušik	ZŠ SNP Šurany	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	46,11
30	Martin Čizmar	CSS Dolný Kubín	4.	9	9	9	5	1,92	33,92	45,28
31	Filip Kajan	ZŠ Trebišovská	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	44,97
32	Iveta Štefanovičová	ZŠ Plavecký Štvrtok	8.	4	2	-	3	1,94	10,94	44,83
33	Mária Bartková	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	43,42
34	Tatiana Valková	ZŠaMŠ Mikušovce	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	42,59
35	Zuzana Frankovská	Gamča	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	42,08
36	Mária Kováčová	ZA AK	9.	-	-	-	-	0,00	0,00	38,00
37	Tatiana Homolová	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	36,11
38	Peter Čonka	ZŠ Vajanského	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	34,94
39	Kamila Balintová	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	34,22
40	Ladislav Kašša	G M. R. Štefánika	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	33,02
41	Eduard Čuba	G Alejová	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	32,67
42	Richard Babjak	ZS Brus.	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	30,72
43	Michaela Senteliková	ZŠ L. Novomeského	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	29,13
44	Barbora Sopoligova	EZŠMT	6.	-	-	-	-	0,00	0,00	28,32
44	Dominik Janík	ZŠaMŠ Mikušovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	28,32
46	Mária Hladová	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	27,53
47	Petra Jakúbková	ZŠaMŠ Mikušovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	25,73
48	Kristína Grnáčová	ZŠ Mierová	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	24,80
48	Dominik Tupta	ZŠaMŠ Jarovnice	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	24,80
48	Nikola Dedičová	ZŠ Klokočov	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	24,80
48	Samuel Andrejčák	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	24,80
52	Martina Benetinová	ZŠ s MŠ Jarovnice	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	23,85
53	Milan Šamaž	ZŠ Klokočov	7.	5	3	-	3	4,13	15,13	23,83
54	Renáta Goffová	ZŠ Holčíkovce	9.	-	-	-	-	0,00	0,00	22,00
55	Dominika Jáňová	ZŠaMŠ Mikušovce	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	21,58
56	Maroš Korekáč	ZŠ Holčíkovce	9.	-	-	-	-	0,00	0,00	21,00
57	Alžbeta Konečná	ZŠ s MŠ Jarovnice	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	20,80
58	Jozef Krajňák	ZŠ Slovinky	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	20,64
59	Luboš Zajac	ZŠ Klokočov	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	19,73
59	Daniel Flešár	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	19,73
61	Filip Mihalovič	ZŠ Mojzesovo	9.	-	-	-	-	0,00	0,00	19,00
62	Damián Kandra	ZŠ s MŠ Jarovnice	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	18,62
63	Simona Škulavíková	ZŠ Klokočov	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	17,52
64	Dominik Humeník	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	17,49

	Meno	Škola	Roč.	1	2	3	4	♥	Σ ₃	Σ
64	Kristián Džurdžaník	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	17,49
66	Jana Karasová	ZŠ Holčíkovce	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	16,46
66	Alex Agyagos	ZŠ Trebišovská	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	16,46
66	Michal Fabrici	ZŠ Trebišovská	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	16,46
69	Martin Stanovčíak	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	16,32
69	Jana Popovičová	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	16,32
71	Dominika Krivdová	ZŠ Holčíkovce	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	15,39
72	Ján Roháč	ZŠ Holčíkovce	7.	-	-	-	-	0,00	0,00	15,13
73	Lubomíra Balogová	ZŠ Holčíkovce	9.	-	-	-	-	0,00	0,00	14,00
74	Filip Straka	CSS Dolný Kubín	4.	-	-	-	-	0,00	0,00	11,36
75	Gabriela Sykorová	ZŠ Holčíkovce	9.	-	-	-	-	0,00	0,00	11,00
76	Dominika Malá	ZŠ Holčíkovce	9.	-	-	-	-	0,00	0,00	10,00
77	Alena Čubiňáková	ZŠ Holčíkovce	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	9,79
78	Simona Hurajtová	ZŠ Holčíkovce	8.	-	-	-	-	0,00	0,00	8,62