

Fyzikálny korešpondenčný seminár

4. ročník, 2010/2011

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

Vzorové riešenia 1. kola zimnej časti 2010/2011

1.1 Uf (opravovala Halucinka)

Na výrobu jedného kilogramu ultraodolného kovu Ufónia (chemická značka Uf) sa používa pol kila železa s hustotou 8 kg/l a pol kila olova s hustotou 12 kg/l . Aký objem má vzniknutý kilogram Ufónia? Akú má hustotu?

Poznámka: hustoty železa a olova sú zaokrúhlené tak, aby zadanie vyzeralo pekne, takže nie že sa s kamarátmi stavíte, že liter olova váži presne 12 kg a ani o gram menej, lebo budete za blbca. Inak, udávať hustoty v kilogramoch na liter je trochu netypické, fyzikálne však na tom nie je nič zlé a predstaviť si liter železa je (aspoň pre autora príkladu) výrazne jednoduchšie, než si predstaviť železnú kocku o hrane 1 meter .

Zmiešavame pol kila železa a pol kila olova, dostaneme teda $m_u = 1 \text{ kilogram}$ Ufónia. Hustota železa je 8 kg/l , liter železa váži 8 kg . To znamená, že 1 kg železa má objem $\frac{1}{8} \text{ l}$ a pol kila železa má objem $\frac{1}{16} \text{ l}$. Podobne to bude aj s olovom. Liter olova má hmotnosť 12 kg , pol kila olova bude mať objem $\frac{1}{24} \text{ l}$.

Kilo Ufónia bude mať objem $V_u = \frac{1}{16} \text{ l} + \frac{1}{24} \text{ l} = \frac{5}{48} \text{ l}$. Predpokladajme, že kilo železa s pol kilom olova sme dokonale premiešali a vzniknuté Ufónium má teda všade rovnakú hustotu. Hustotu vypočítame ako podiel hmotnosti a objemu a to je: $\rho_u = m_u/V_u = \frac{48}{5} \text{ kg/l}$.

Nakoniec to nebolo ťažké, že? Niektorých z vás napadla choroba zvaná Zlá intuícia a tvrdili ste, že hustota Ufónia je priemer z hustôt železa a olova, ak ste sa dočítali až sem, dúfame, že viete prečo to nie je pravda.

1.2 Kolotoč (opravovali Tinka a Maťo)

Štyria FKSáci sa z nedostatku chuti robiť hocijakú kreatívnu činnosť vybrali na kolotoč. Teraz sa rýchlo točia v smere hodinových ručičiek na kruhovej platni. A keďže človek sa na kruhovej platni netočí každý deň, pustili sa experimentovať. Každý z nich chytil po jablku, natočil sa v smere šípky a hodil ho priamo pred seba (ten čo nemá pri sebe nakreslenú šípku ho len tak pustil). Ako sa budú jablká pohybovať?

Kolotoče poznáme rôzne, väčšina z nich sa otáča v horizontálnej rovine. Presne taký kolotoč sme mali na mysli aj v zadaní, preto sa budeme venovať tomuto prípadu.

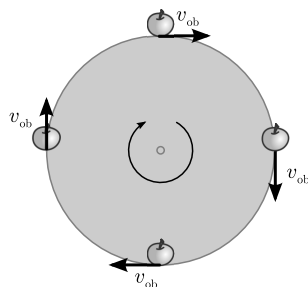
Predtým ako FKSáci hodia jablká smerom ako je napísané v zadaní, sa jablká točia spolu s nimi dokola rýchlosťou v_{ob} . Táto rýchlosť má v každom okamžiku smer dotyčnice¹ ku kružnici, tak ako vidíte na obrázku 1.

¹Dotyčnica ku kružnici v nejakom bode je priamka, ktorá sa kružnici dotýka práve v tomto bode (a v žiadnom inom) a teda je kolmá na polomer.

Seminár podporujú:

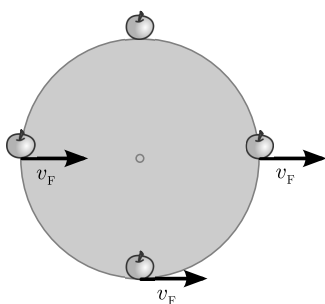


iuventa

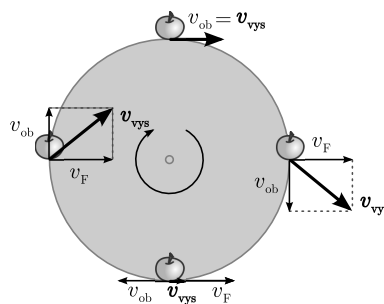


Obr. 1: Rýchlosť má smer dotyčnice

Len tak pre ozrejenie si povedzme, čo by sa dialo, keby sa FKSáci na kolotoči neotáčali, ale len tak sedeli na nehybnom kolotoči a hodili by jablká smerom, ako je v zadaní. Ich jablká by leteli presne tým smerom, ako ich hodili, až kým by nespádli na zem. Viď obrázok 2



Obr. 2: Jablká hodené zo stojaceho kolotoča



Obr. 3: Výsledné rýchlosti jablák

Teraz už len ostáva spojiť situácie z predošlých dvoch odsekov. Teda jablká sa zároveň aj otáčajú s FKSákmi a zároveň ich aj FKSáci hodia tak, ako bolo napísané v zadaní. Jablká teda mali rýchlosť ako na obrázku 1 a zároveň dostali rýchlosť ako na obrázku 2. Bolo by ich treba nejako sčítať. Ako ste niektorí správne napísali, takémuto sčítavaniu rýchlostí sa hovorí vektorový súčet. Smery jablák pravého, ľavého a spodného FKSáka sú vyznačené na obrázku 3. Všimnime si, že smer jablka spodného FKSáka závisí na tom, či je väčšia rýchlosť otáčania sa kolotoča, alebo rýchlosť akou hodí FKSák jablko. Môže sa teda stať, že aj napriek tomu, že spodný FKSák hodí jablko smerom rovno pred seba, ono pôjde za neho.

Keďže horný FKSák svoje jablko nehodí iba pustí, bude sa pohybovať tak ako horné jablko na obrázku 1

Tak, riešenie je hotové!:) Ako bonus sa ešte poďme zamyslieť, aké sily pôsobia na jablká a ako tieto sily ovplyvňujú pohyb jablák.

Vplyv síl pôsobiacich na jablká na ich pohyb: Niektorí z vás sa snažili úlohu riešiť tak, že rozmýšľali nad silami, ktoré na jablká pôsobia a z nich sa snažili určiť smer pohybu jablák. Avšak *smer pohybu telesa nemusí byť rovnaký, ako smer sily naň pôsobiacej*. Jeden príklad zo života: chytím jablko a hodím ho rovno hore. Jediná sila ktorá na takéto jablko pôsobí je gravitačná (odpor vzduchu tradične môžeme zanedbať) pôsobiaca smerom

dole, ako však skúsenosť hovorí jablko sa bude pohybovať smerom hore! To je preto, že pôsobiace sily spôsobujú len postupnú *zmenu* rýchlosti pohybu.

A aké sily sú podstatné v našej úlohe? Kým sa FKSáci točia na kolotoči a držia svoje jablká v rukách, pôsobí na každé jablko dostredivá sila – jablko by rado šlo rovno, ale točiaci sa FKSák ho vychýľuje smerom do stredu. To spôsobuje zmenu rýchlosti – nie jej veľkosti, ale iba jej smeru, no aj to sa počíta a tam sa teda naša sila „stráca“. V okamihu, keď jablko vypustíme, na neho FKSák silou prestane pôsobiť a preto jablko pokračuje rovnomerným pohybom po priamke.

Ďalšia sila ktorá nám tam pôsobí, je gravitačná sila. Ak však máme kolotoč v horizontálnej rovine, jediná vec, ktorú táto sila spôsobí, je postupné klesanie jablka k Zemi a preto je pre nás celkom nezaujímavá. A to je všetko

Na záver už len dodám, že ma potešila snaha niektorých riešiteľov, vyskúšať si úlohu aj experimentálne a skúsiť, čo by sa dialo v praxi. Škoda len, že všetci pri svojich experimentoch zabudli, že podľa zadania má byť jablko z roztočeného kolotoča vrhnuté a nemá len samovoľne odletieť.

1.3 Vlak (opravovala Kamila a Janka, vzorák Bzdušo)

Na trati sa míňajú dva vlaky. Jožko sedí v prvom z nich a všimol si, že druhý vlak prefrčal okolo neho za čas 8 sekúnd. Iný Jožko sediaci v druhom vlaku si všimol že prvý vlak prefrčal okolo neho za 10 sekúnd. Ako dlho sa vlaky míňali?

Čaute bubáci! Ukážem vám dva spôsoby, ako sa dala úloha vyriešiť. Pri prvom spôsobe trochu potrápime svoje závitky, ale výsledok nájdeme „z hlavy“, v druhom spôsobe si zapíšeme dáke rovnice a z nich už niečo dostaneme.

Spôsob prvý – Zatnem hlavu a myslím: V prvom rade si treba uvedomiť nasledovný fakt: *Bez ohľadu na to, v ktorej časti vlaku Jožko stojí, druhý vlak okolo neho prefrčí za rovnaký čas 8 sekúnd.*² To isté samozrejme platí aj o Jožkovi sediacom v druhom vlaku: *Bez ohľadu na to, v ktorej časti druhého vlaku stojí druhý Jožko, prvý vlak okolo neho prefrčí za rovnaký čas 10 sekúnd.*

Teraz trik: Keďže je úplne jedno, kam Jožkov umiestnime, tak ich umiestnime *takto*: Nech sa prvý Jožko nachádza na úplnom začiatku prvého vlaku (t.j. tento Jožko je rušňovodič), druhý na samom konci druhého vlaku a sledujte, čo sa bude diať:

- Vlaky sa stretnú prednými časťami (začínajú sa *míňať*). Jožko-rušňovodič uvidí, ako okolo začne prefrčovať druhý vlak.
- Po 8 sekundách druhý vlak úplne prefrčal okolo Jožka-rušňovodiča. V tomto momente uvidí vedľa seba druhého Jožka. Druhý Jožko vidí, ako okolo neho práve *začal* prefrčovať prvý vlak.
- Po ďalších 10 sekundách prvý vlak úplne prefrčal okolo druhého Jožka. To znamená že zadné časti vlakov sú vedľa seba. (prestali sa *míňať*).

Šikovne sme si teda celé *míňanie* vlakov rozdelili na čas, kedy druhý vlak frčí okolo prvého Jožka a naopak. To je úplne fantastické! Po úvahe dostávame, že vlaky sa *míňajú* $8 + 10 = 18$ sekúnd. Nepotrebujeme poznať dĺžku ani rýchlosť žiadneho z vlakov.

²Ak Ti nie je jasné, prečo by to tak malo byť, najprv si prečítaj druhý spôsob riešenia a až potom si pozri tento. Vážne! :-)

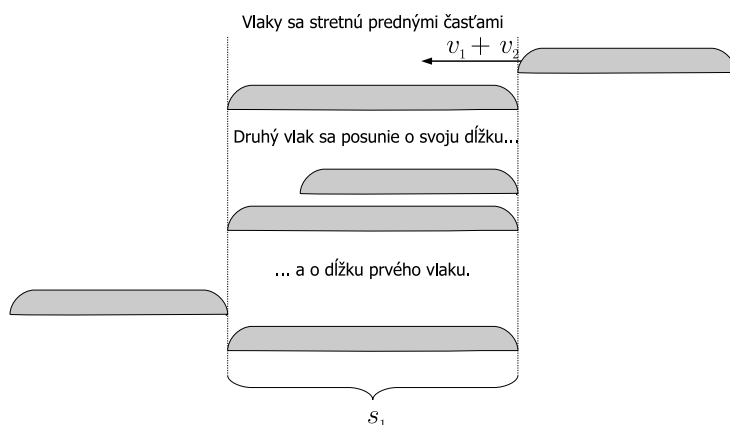
Spôsob druhý – Pero, papier a búšim: Aby sme mohli napísať dáke rovnice, zavedme si označenie v_1, v_2 pre rýchlosti vlakov a s_1, s_2 pre ich dĺžky.³ Čo s tým? Jožko stojaci v jednom vlaku vidí druhý vlak dĺžky s_2 približovať sa súčtom rýchlostí $v_1 + v_2$. Celý vlak okolo neho prefrčí za

$$\frac{s_2}{v_1 + v_2} = 8 \text{ s},$$

Jožko v druhom vlaku uvidí prefrčať prvý vlak dĺžky s_1 opäť rýchlosťou $v_1 + v_2$, takže prvý vlak okolo neho prefrčí za

$$\frac{s_1}{v_1 + v_2} = 10 \text{ s},$$

Teraz sa pozrime na situáciu z pohľadu Jožka v prvom vlaku. Je to trochu sebec, preto si predstavuje, že jeho vlak stojí a druhý sa okolo neho hýbe rýchlosťou $v_1 + v_2$. Skúmajúc svet zo svojej *vzťažnej sústavy* pozoruje toto:



Obr. 4: Jednotlivé fázy stretávanie sa vlakov

To znamená, že pre hľadaný čas t *míňania sa* vlakov platí

$$\begin{aligned} t &= \frac{s_1 + s_2}{v_1 + v_2} \\ &= \frac{s_1}{v_1 + v_2} + \frac{s_2}{v_1 + v_2} \\ &= 8 \text{ s} + 10 \text{ s} \\ &= 18 \text{ s} \end{aligned}$$

Pripojil by som ešte jeden vtíp o Čukčoch, ale tento vzorák je už príliš dlhý. Tak nabudúce! :-)

1.4 Slnčné hodiny (opravovali Tatika a Polik)

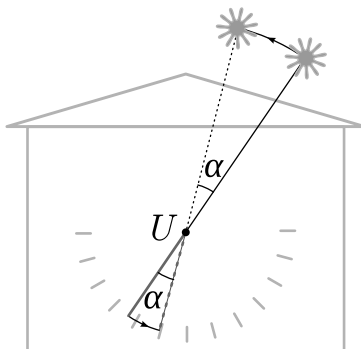
Slnčné hodiny sa skladajú z polkruhového ciferníku pripevneného na stenu domu do ktorého je kolmo zabodnutý ukazovateľ U . Princíp fungovania je jednoduchý: tieň ukazovateľa dopadá na stupnicu, kde jednoducho odčítame čas. Postupne, ako plynie čas, sa slnko presúva po oblohe a tieň ukazovateľa po

³My ich síce nepoznáme (ani ich zo zadania nevieme vypočítať), ale to nám nebráni v ich používaní. Ony existujú, teda sa za nimi skrývajú nejaké presné čísla. Sú iba trochu „skryté“.

stupnici: tak máme o čase stále aktuálnu informáciu. Veľké slnečné hodiny (obrázok) dokážu určovať čas s presnosťou až na niekoľko sekúnd. Minule som videl hodiny, ktoré merali čas s presnosťou na minúty. Dve susedné minútové značky boli od seba vzdialené 2 cm. Aký musel byť polomer kruhovej stupnice, aby hodiny ukazovali správne? Pre jednoduchosť predpokladajte, že na obed sa slnko nachádza presne nad našimi hlavami. V našich zemepisných šírkach to nie je síce nikdy pravda, no presnosť výsledku to, čuduj sa svete, neovplyvní.

Milý riešiteľia, tento príklad naozaj nebol veľmi ťažký, no napriek tomu sa v ňom dalo zamotať. Ako celkom prvý sa v ňom zamotal zadávateľ úlohy, ďalej vzorákováč a neminulo to ani vzoráko-kontrolovača. Vzorák bude pozostávať z 2 častí, tá prvá v krátkosti vyrieši zadanú úlohu, tá druhá sa bude v nepomerne dlhšom texte zapodievať poslednou vetou zadania – či vôbec platí, prípadne kedy a objasnením funkcionality slnečných hodín všeobecne.

Treba si uvedomiť, ako slnečné hodiny vlastne fungujú. Čas na nich ukazuje tieň, ktorý sa počas dňa pohybuje. Ako rýchlo sa pohybuje tieň? Predtým ako odpovieme na túto otázku, zosumarizujme si radšej, čo o našej slnečnej aparatúre predpokladáme: „tieňovrhač“ je vodorovný, na poludnie je slnko v danom mieste v nadhlavníku (t.j. priamo nad našimi hlavami). To by však nestačilo, je treba pridať predpoklad, že stena je orientovaná priamo na juh alebo priamo na sever. Pri takejto konfigurácii zariadenia sa tieň pohybuje rovnakou uhlovou rýchlosťou ako slnko na oblohe. To je vďaka tomu, že sa slnko pohybuje v danom prípade v rovine steny, zvyšok ľahko uvidíme z obrázka.



Obr. 5: Slnečné hodiny a pohyb Slnka

Už nám stačí vyrátať, ako sa slnko hýbe po oblohe. Hýbe sa tak, že na rovnakom mieste na oblohe je o 24 hodín. Teda plný uhol, 360° , opíše za 24 hodín. Tým pádom za jednu hodinu sa slnko⁴ pohne o 15° . Rovnako rýchlo sa bude pohybovať aj tieň ukazovadla. Rozostup medzi minútovými dielikmi je 2 cm. Teda za deň má tieň prejsť 2880 cm. Teraz už stačí použiť vzorec na obvod kružnice, odkiaľ dostaneme, že polomer hodín je $R = \frac{1}{2}o / \pi \approx 4,6$ m. Vcelku slušné hodiny, že?

Pár slov k bodovaniu. Mnoho z vás automaticky predpokladalo, že 24 hodín odpovedá plnému oblúku, teda 360° . To je dané práve pohybom Slnka po oblohe a určite sa o tom hodí napísať do vášho riešenia. Niektorí z Vás sa nechali zaskočiť skúmali pohyb minútovej ručičky. Tak horsa do ďalšej série...

⁴Pre slnko by to platilo presne, keby sa Zem pohybovala po kružnici okolo Slnka. Pre Mesiac a všetky nebeské objekty to platí iba približne práve kvôli pohybu Zeme okolo Slnka.