

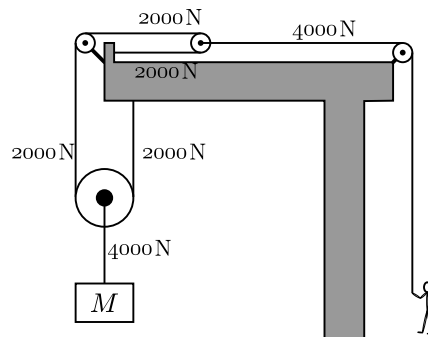
Vzorové riešenia 3. kola zimnej časti 2010/2011

3.1 LSD – Ľahký systém dvíhačov (opravovala Marika)

Fero dvíha slona, dvíha slon Fera? Zistíme! Na systéme kladiek ako na obrázku je v krabici hmotnosti $M = 400$ kg zavreté riedke mláďa slona. Akú hmotnosť musí mať Jožo na obrázku, aby ho svojou váhou udvihol?

K úlohe sa dá pristúpiť dvoma spôsobmi – cez sily a cez energie. Prístup cez sily je naznačený na obrázku, závažie ťahá kladku silou 4000 N, tú držia dve laná, každé pôsobiace silou 2000 N. To je sila, ktorou pôsobia obe laná na poslednú kladku, spolu teda táto musí byť ťahaná silou 4000 N.

Všimnime si, že keď panáčik potiahne lano o 10 cm, závažie stúpne o rovnakú výšku. Horná kladka sa totiž pohne o 10 cm, teda lano sa musí pohnúť o 20 cm a dolná voľná kladka sa pohne o 10 cm. Zo zákona zachovania energie musí platiť, že práca vykonaná dvíhaním závažia musí byť rovnaká, ako práca vykonaná ťahaním panáčikom. Práca je sila krát dráha a keďže dráhy sú rovnaké, vyplýva z toho, že aj sily musia byť rovnaké.



Obr. 1: Sily v lanách

Chyba, ktorej sa mnohí z vás dopustili spočívala v myšlienke predpoklade, že voľná kladka *vždy* spolovičňuje silu. V skutočnosti to však závisí od jej zapojenia, horná voľná kladka v tomto príklade silu zdvojnásobovala.

3.2 Koľko panien sa zmestí na dno morské (opravovali Tatika a Lenka)

Kristínka rada skúma morské dno, hľadá totiž morské panny. Tinka však morská panna nie je, musí dýchať vzduch. Vyrobila si potápačský zvon – zvon hadicou napojený na prívod vzduchu. Vypočítajte, akým tlakom musí do zvonu pumpa pumpovať vzduch, aby sa hrdinka neutopila.

Pre úspešné riešenie tohoto príkladu bolo potrebné uvedomiť si, ako vyzerá zvon. Na to, aby potápač mohol skúmať morské dno, má spodnú stranu otvorenú. Na dne zvona na

seba pôsobí voda a vzduch. Ak chceme (a to teda chceme), aby voda nezačala stúpať do zvona, musí byť tlak vzduchu rovnaký ako tlak vody na mieste, kde na seba pôsobí.

Tlak v hĺbke h pod hladinou je o Δp väčší ako tlak na hladine (atmosférický). Tento rozdiel Δp nazývame hydrostatický tlak a pre jeho veľkosť platí:

$$\Delta p = h\rho g,$$

kde ρ je hustota vody (v mori kde sa Tinka potápa), a g je tiažové zrýchlenie (približne 10 ms^{-2}).

To znamená, že tlak vody, snažiac sa dostať do zvona je:

$$p = p_A + h\rho g$$

a minimálne taký musí byť tlak vzduchu pumpovaného do zvonu.

Ak by bol tlak vzduchu vo zvone väčší, pretlačí okolitú vodu a budú z neho unikať bubliny, takže sa Tinka neutopí. Ak by bol tlak vzduchu vo zvone menší, voda ho pretlačí, a začne stúpať do potápačského zvona a Tinka sa utopí.

Poznámka: Viacerí z vás si všimli, že s rastúcim h priamo úmerne rastie aj tlak vzduchu vo zvone, čo môže byť pre Tinku nepríjemné, až nezdravé. Na internete som našla rôzne údaje, ale trénovaný zdravý jedinec by mal prežiť dosť veľké výkyvy tlakov (samozrejme v dostatočne dlhých časových rozstupoch), od 30 kPa na vrchole Mount Everestu až po 800 kPa, čo je približne tlak vody 70 metrov pod hladinou mora. Pri vyšších tlakoch už je pre nás kyslík toxický a na potápanie sa do väčších hĺbok sa používajú plynové zmesi s nižším obsahom kyslíka.

3.3 My na to máme (opravoval Marcel)

Hrehaldinho sa blíži k bráne, nádherne fauluje obrancu, vystrelí a... Doplňte slová komentátora. Viete, že v bráne bráni Gonaldo, ten sa nachádza na opačnom konci brány, ako je ten, do ktorého miery lopta. Lopta sa hýbe neskutočnou rýchlosťou 50 m/s a od brány je vzdialená 25 metrov. Akou rýchlosťou musí Gonaldo vyštartovať, ak ju chce chytiť a brána je 12 metrov široká?

Tento príklad je už na prvý príklad ľahký a všetci ste ho mali viac (9b) alebo menej (8b) dobre. Preto sa nebudem veľmi zaoberať vzorákom, ale skôr vecami, čo sa mi nepáčilo na vašich riešeniach a iné (ťažšie) možnosti pochopenia zadania, s ktorými sa zaoberala iba jedna osoba (týmto zdravím Tatianu).

Jednoduché pochopenie a jeho riešenie: Hrehaldinho vystrelí loptu kolmo do brány a teda 25 m od brány znamená, že lopta aj pôjde $s = 25 \text{ m}$. Riešenie je potom: Lopta bude letieť

$$t = s/v_1.$$

Za taký istý čas chce Gonaldo dobehnúť, čiže:

$$v_G = d/t = dv_1/s = 24 \text{ m/s}.$$

(d – dĺžka brány, v_G – rýchlosť Gonalda, v_1 – rýchlosť lopty).

Vaše chyby a možné zlepšenia:

- (i) občas je jednoduchšie počítať vo vzorcoch ako v úvahách (občas je to však presne naopak)

- (ii) keď dosadzujete, nezabúdajte na jednotky
 (iii) obrázky sú vaši kamaráti a opravujúci vás budú mať radi :-)

Zložitejšie pochopenie a jeho riešenie: lopta nie je kolmo na bránu v bode dopadu lopty, ale proste niekde na ciare 25 m od brány – treba sa zamyslieť, či sa Gonaldovi neoplatí skôr bežať kolmo na trajektóriu lopty (lebo tak to má niekedy bližšie, ale zase tam musí byť trochu skôr) a porátať dobu stretu a potrebnú rýchlosť Gonalda v tomto príklade. Tu nedávam žiadne vzorce, lebo by pôsobili mätúco, ale ak si to nakreslíte a prečítate tento odsek ešte raz, tak pochopíte ako som to myslel a možno aj budete schopní to zrátať.

3.4 Kutilov Fajo (opravovali Paťo a Tinka)

Fajo poučený Beou po minulej sérii si kúpil dva stovkové variče. Teraz však váha, ako ich zapojiť do siete. Dostane viac energie, keď ich zapojí za sebou (sériovo), alebo keď ich zapojí vedľa seba (paralelne).

Skôr ako sa pustíme do riešenia tohto príkladu, zamyslime sa nad tým, čo to vlastne stovkový varič je. Viacerí ste si povedali že 100 je predsa odpor variča. Výsledok úlohy to nijako neovplyvní, ale schválne: nie je stovka jeho výkon? Veď pri variči nás zaujíma práve jeho výkon – čím je výkon väčší, tým skôr si uvaríme polievku a nebudeme hladní. Pre zaujímavosť, odpor takéhoto stovkového variča je približne 530Ω (v našom riešení je tento odpor označený úplne všeobecne ako r).

Keď už sme pri tých odporoch, podme si spočítať celkový odpor sériového (R_s) a paralelného (R_p) zapojenia varičov. V sériovom obvode sa jednotlivé odpory sčítavajú, teda odpor celého obvodu je $R_s = r + r = 2r$. V paralelnom obvode zasa platí pre celkový odpor $1/R_p = 1/r + 1/r$, teda $R_p = r^2/r + r = r/2$. Všimnite si, že paralelné zapojenie má štyrikrát menší odpor ako sériové zapojenie, pretože to bude dôležité pre celkový výkon týchto obvodov: z predchádzajúcej série už vieme, že pre výkon celého obvodu (alebo aj nejakej súčiastky) platí vzorec $P = UI$. Okrem toho, z Ohmovho zákona vieme, že $I = U/R$, čiže výkon sa dá napísať aj ako $P = U^2/R$. Vidíme, že výkon nám teda závisí iba od napätia a odporu. Myslíte si, že je v oboch zapojeniach (sériovom aj paralelnom zapojení varičov) rovnaké napätie? Pravda je taká, že hej. Elektrická sieť je navrhnutá tak, aby bolo na zástrčke vždy rovnaké napätie. (v skutočnosti toto napätie trosku kolíše okolo hodnoty 230 V, tieto výchylky sú však úplne zanedbateľné). Čo teda vidíme? Pri rovnakom napätí bude v obvode najväčší výkon vtedy, keď odpor bude najmenší, lebo nepriamo úmera. A ako sme už vyrátali, paralelné zapojenie má štyrikrát menší odpor, a teda $4 \times$ väčší výkon ako sériové. Tadá, Fajo by mal teda polievku variť paralelne :).

Ešte si všimnime takú vec. Odpor jedného zapojeného variča je r (čiže je to odpor $2 \times$ väčší ako je R_p), a teda paralelné zapojenie nám dá výkon akurát 2 varičov zapojených samostatne. Je teda jedno, či máme variče zapojené paralelne, alebo každý samostatne (mimočodom, samostatne znamená na iný zdroj, iná zástrčka je len zamaskované paralelné zapojenie :)) Toto je dôvod, prečo sa všetky spotrebiče v domácnosti zapájajú paralelne: nech máme v zástrčke hocikolko spotrebičov, každý bude mať taký istý výkon ako keby boli v sieti zapojené jednotlivo.

No a taká poznámka nakoniec. Viacerí ste rátali s tým že v oboch obvodoch tečie pri rovnakom napätí U rovnaký prúd I . To však nemôže platiť, lebo ako sme vyrátali, odpor každého obvodu je iný, Ohmov zákon platí a teda naozaj jediná vec, ktorá je v obvodoch rovnaká, je 230 voltové napätie.