Fyzikálny korešpondenčný seminár
5. ročník, 2011/2012
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Vzorové riešenia 2. kola letnej časti 2011/2012

2.1 Rozpad (opravoval Paťo)

Syseľ objavil neznámu nestabilnú látku zelenej farby. Tá sa postupne premieňa (rozpadá) na stabilnú látku červenej farby. V momente objavu mal Syseľ 192 kilogramov látky, z toho tretina bola zelená a dve tretiny červené. O hodinu neskôr už bolo červenej látky 160 kilogramov. Koľko červenej látky bude mať Syseľ štyri hodiny po objave? Pravdepodobnosť, že sa častica zelenej látky za určitý čas rozpadne na častice červenej látky, je pre všetky zelené častice rovnaká a nijako nezávisí od okolných podmienok.

Čítajme zadanie. V momente objavu mal Syseľ 192 kg látky, z toho tretina (čiže 64 kg) bola nestabilná zelená látka, a zvyšné dve tretiny (128 kg) bola stabilná červená látka. Ďalej vieme, že po hodine mal Syseľ už 160 kg červenej a 32 kg zelenej látky. Čo teda vieme povedať o zelenej látke? Nuž, za hodinu sa zmenila na červenú presne polovica zelenej látky.

Zamyslime sa, čo nám hovorí táto informácia. Zelená látka obsahuje obrovské množstvo častíc (tak veľké číslo, že si ho ani neviete predstaviť, má asi 26 núl). Každá častica má nejakú pravdepodobnosť sa za tú hodinu zmeniť farbu na červenú. Jednotlivé častice o sebe nevedia, rozhodujú sa nezávisle. Ak táto pravdepodobnosť bude jedna polovica, znamená to pri veľkom počte častíc, že asi polovica z nich svoju farbu zmení a polovica nie.

Keďže pravdepodobnosť premeny nijako nezávisí od okolitých podmienok, bude platiť, že aj ďalšiu hodinu sa rozpadne polovica zvyšnej zelenej látky na červenú. A to je všetko, čo potrebujeme vedieť. Už iba pokračujeme v počítaní:

Po prvej hodine má Syseľ 32 kilogramov zelenej látky. Po druhej hodine už len 16 kilogramov. Po tretej hodine 8 kg a po štvrtej hodine len štyri kilogramy. Zvyšok (188 kg) musel byť červený.

2.2 Kola (opravovali Mišo a Zuzka)

Hellboy pije pollitrovú kolu. Kola je však príliš teplá (20 °C) a tak si do nej chce pridať ľad (teplota 0 °C). Koľko najmenej Hellboy musí do koly pridať, aby mala teplotu 0 °C? Merná tepelná kapacita koly je približne 4,2 kJ/kg °C, skupenské teplo topenia ľadu je 330 kJ/kg.

Hellboy potrebuje ľadom ochladiť pol litra koly z 20 °C na 0 °C. Nuž, extrémne teplé počasie si vyžaduje extrémne studené riešenia. Ôsmim z desiatich správnych fyzikov najprv napadne, že teleso s teplotou 0 °C nemôže ochladiť na 0 °C iné teleso, ktoré malo pôvodne vyššiu teplotu. Má to ale jeden háčik. Ak je ľad vystavený teplote vyššej ako 0 °C, nezačne sa zohrievať – nemôže, ľad za normálnych podmienok nedosahuje kladné teploty. Teplo, teda energiu, ktorú mu teplejšie teleso dodáva, využije na potrhanie niektorých slabších väzieb medzi svojimi molekulami. Hovoríme tomu, že ľad sa topí. Až po roztopení ľadu na vodu môžeme ďalším dodávaním tepla zvyšovať teplotu tejto vody.

Koľko tepla potrebujeme odobrať kole, aby mala o 20 °C menšiu teplotu? To vypočítame zo zadanej mernej tepelnej kapacity koly. Táto materiálová konštanta (nameraná vlastnosť materiálu) totiž presne udáva, koľko energie treba pridať/odobrať, aby sa 1 kg daného materiálu oteplil/ochladil o 1 °C. (Táto skutočnosť sa dá vyčítať aj z jednotky mernej tepelnej kapacity, kJ°C/kg.) Teraz potrebujeme túto konštantu prispôsobiť našej situácii. Pollitrová kola, teda voda zo všetkými tými bublinkami a kopou cukru či umelých sladidiel bude vážiť približne toľko, čo voda rovnakého objemu, teda pol kilogramu. Merná tepelná kapacita ale udáva množstvo tepla na kilogram, na ochladenie pol kilogramu treba o polovicu menej tepla. Ďalej, nechceme kolu ochladiť o 1 °C, ale rovno o 20 °C. Z tohoto hľadiska budeme potrebovať 20-násobok energie. Ak oba vplyvy uvážime dokopy, aby sme kolu ochladili na 0 °C, potrebujeme jej odobrať $Q = 4{,}2 \cdot 0{,}5 \cdot 20\,\mathrm{kJ}] = 42\,\mathrm{kJ}$ energie.

Ako bolo naznačené vyššie, vhodným odberateľom energie bude ľad, pretože po dodaní tepla nezvýši svoju teplotu, ale roztopí sa na vodu s teplotou 0 °C – a takú práve potrebujeme. Koľko ľadu roztopíme pomocou 42 kJ energie? Opäť si pomôžeme materiálovou konštantou, ktorú za nás niekto odmeral. Skupenské teplo topenia ľadu, ako názov a jednotky naznačujú, udáva, koľko tepla potrebujeme na roztopenie 1 kg ľadu. Takto preformulovaná úloha sa zmenila na obyčajnú trojčlenku. Ak na roztopenie 1 kg ľadu potrebujem 330 kJ tepla, koľko ľadu roztopím pomocou 42 kJ energie?

$$m = L/l \approx 0{,}13\,\mathrm{kg}$$

Ešte dvakrát podčiarknuť a hotovo.

Na záver ešte krátke zamyslenie nad zanedbaniami, ktoré sme, chtiac-nechtiac, pri výpočte urobili. Všetky spomínané výmeny tepla prebehli hladko a ideálne, teda kola si vymieňala teplo len s ľadom, a nie s prostredím, čo by sme v inom ako ideálnom fyzikálnom svete dosiahli len veľmi ťažko. Treba si to uvedomovať, ale netreba byť z toho príliš nešťastný, rozdiel skutočne nebude veľký. Ďalej, úvaha o hmotnosti koly a jej tepelnej kapacite bola skutočne oprávnená, nakoľko kola a iné nápoje sú prevažne tvorené vodou (áno, za to platíte). Niektorí z vás kolu priamo odvážili, za čo ich veľmi chválim. Opäť sa ukázalo, že aj toto zanedbanie bolo oprávnené, výsledky sa líšili len o veľmi málo

2.3 Váhy (opravoval Vlejd)

Janka váži svojho plyšového macka sústavou nehmotných váh na obrázku. Váhy sú akurát v rovnováhe, aký ťažký je macko?

Máme nejaké váhy. Všetky váhy ktoré máme, sú v rovnováhe. Keď sú váhy v rovnováhe, tak musí platiť, že aj momenty síl sa rovnajú. Teda moment sily, ktorý sa snaží váhy otočiť v smere hodinových ručičiek je rovnako veľký, ako moment sily, ktorý sa ich snaží otočiť proti smeru. Formálne to zapíšeme ako $M_1 = M_2$. Tiež platí, že

$$M = Fa = mga\,,$$

teda moment sily je súčin veľkosti sily a vzdialenosti od osi otáčania. Môžeme si všimnúť, že v našom prípade budeme pracovať len so závažiami a vzťah pre rovnováhu páky bude vyzerať nasledovne $M_1 = M_2$, teda

$$F_1 a_1 = F_2 a_2\,,$$

teda

$$m_1 g a_1 = m_2 g a_2 \,.$$

Na oboch stranách pokrátime g a máme $m_1 a_1 = m_2 a_2$.

Posledný problém, ktorý sa nám naskytne je ten, že mi nemáme zadané žiadne vzdialenosti. Máme ale počet dielikov (vzdialenosť medzi dvomi susednými dierkami). Nakoľko sú tieto dieliky rovnako dlhé (aj keď ich je rôzne veľa), tak môžeme jeden dielik prehlásiť napríklad za jednotku.

Teraz poznáme fyziku a môžeme sa pustiť do rátania. Vieme hmotnosť závažia, tak si porátame hmotnosť spodného vreca, potom toho nad ním a na záver aj hmotnosť samotného macíka.

$$m_{\text{maco}} a_5 = m_{x2} a_6$$

$$m_{v1} = \frac{150\,\text{g} \cdot 2}{4} = 75\,\text{g}$$

Zistili sme teda, že hmotnosť macka je 75 g a tým pádom sme došli do zdarného konca.

2.4 Nylon (opravovali Jano a MaťoCh)

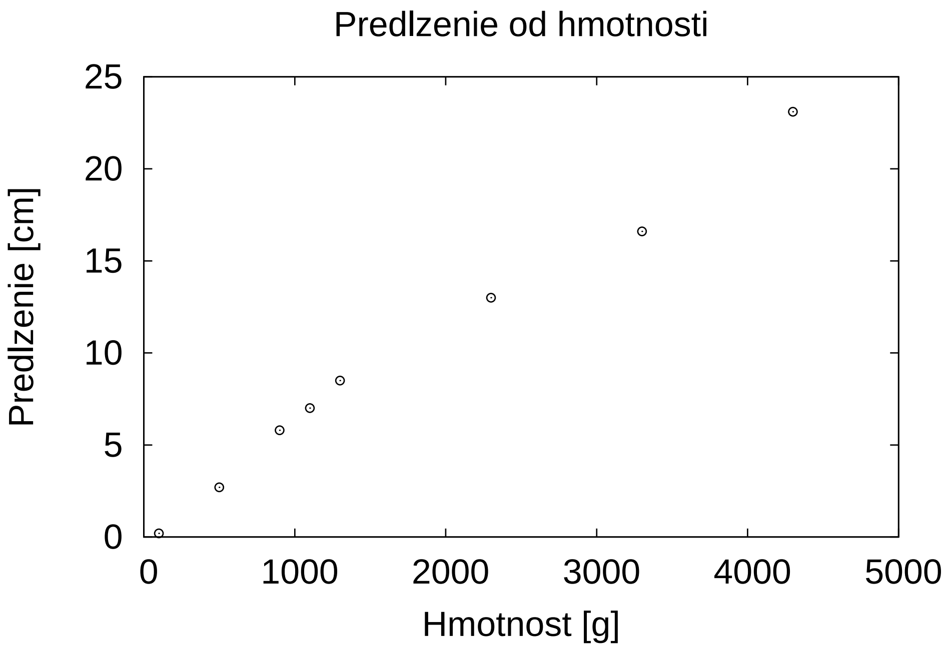
Maťo, Bea, Fajo a Samo idú spolu na rybačku. Aby ulovili čo najväčšiu rybu, chcú vedieť všetko o svojej udici. Dôležitou súčasťou udice je nylonové lanko, žiadajú Vás preto, aby ste im pomohli zistiť jeho vlastnosti.

Zožeňte si tenké nylonové lanko známej hrúbky a dĺžky jeden meter. Na lanko postupne vešajte rôzne ťažké závažia. Odmerajte a zakreslite do grafu, ako lanko mení svoju dĺžku v závislosti od hmotnosti závažia. Podarilo sa Vám odhaliť vzorec, ktorý dáva do súvisu dĺžku lanka a hmotnosť na ňom zavesenú? Vedeli by ste si tipnúť, ako by to vyšlo pre lanká inej dĺžky a inej hrúbky?

Väčšina z vás merala tak, že si vrchný koniec nilonu niekde uviazala na spodný zaviazala sieťku do ktorej niečo vkladala. Ideálne je do sieťky dať misku a môžeme do nej prisýpať cukor alebo múku, čím si lepšie voliť hmotnosti ktorými lanko zaťažujeme. Na váhe vždy odvážime koľko miska s nákladom váži. Pre niekoľko hodnôt hmotnosti misky zmeriame dĺžky špagátu. Namerané údaje sa dajú najlepšie zobraziť v grafe.

Pri zostrojovaní grafu dbáme na nasledovné veci:

- graf musí mať svoj názov, chceme predsa vedieť čo za dáta sú v ňom zobrazené;
- k obidvom osiam napíšeme aká veličina je na nich a v akých je jednotkách;
- jednotlivé body nespájame čiarami. My sme namerali len hodnoty dĺžky nylónu pre dané hmotnosti závažia a nie aj pre všetky iné hmotnosti medzi nimi;
- ak máme nejakú teoretickú predpoveď ako by mala dĺžka nilonu závisieť od hmotnosti, tú pre porovnanie s experimentom do grafe uvedieme.



Obr. 1: Takéto dáta nameral Martin Kotian, ktorý použil nylón hrúbky 0,3 mm

Vidíme, že dáta sú v grafe usporiadané približne na priamke. Hovoríme, že medzi hmotnosťou aká naťahuje lanko a jeho predĺžením (rozdielom medzi dĺžkou v nezaťaženom stave a v zaťaženom) je lineárna závislosť. Tento fakt vzorcom napíšeme ako $m = k\Delta x$, kde k je konštanta úmernosti. Jej približnú hodnotu pre vyššie uvedené meranie môžeme vypočítať ako aritmetický priemer pomerov hmotostí a príslušných predĺžení. (prosim vzorec). Vyjde nám približne $k = 1{,}7\,\mathrm{kg/cm}$.

Ešte sa zamyslime nad presnosťou merania. Dĺžku nylónu väčšina z vás merala centimetrom, alebo pravítkom s milimetrovou stupnicou. Presnosť takýchto meradiel je polovicu najmenšieho dielika, čiže 0,5 mm, čo je cca 0,5 % nameraných hodnôt. Presnosť bežných kuchynských váh je pár gramov, čo je zhruba jedno percento nameraných hodnôt.

Na záver riešenia treba zodpovedať dve otázky: Čo by sme namerali keby sme mali

a.) hrubšie lanko

b.) dlhšie lanko

Hrubšie lanko si môžeme vyrobiť tak, že zviažeme viac laniek dokopy (keby sme ich zlepili lepiacou páskou, tá by už ovplyvnila pružné vlastnosti laniek). Sila akou naťahuje závažie lanká by sa rozložila na viacero laniek a predĺženie by teda bolo menšie.

Predstavme si, že spravíme nasledujúci experiment. Zoberieme dve identické lanká obe hore pevne uviažeme a na spodnom konci jedno zaťažme. Jedno bude mať teda hmotnosť l_0 a druhé l_1. Teraz zaťažené lanko hore odviažme a priviažme na spodok druhého. Predĺženie spodného lanka zostane rovnaké, ale pôvodne nezaťažené lanko teraz už bude zaťažené a teda sa natiahne. Celkové natiahnutie bude teda väčšie.

K riešeniam Viacerý z vás ste zabúdali na niektoré z nasledovných vecí:

- upraviť graf podľa vyššie uvedených kritérií;
- pri experimente treba vždy uviesť dôležité parametre aparatúry a meranej vzorky. V tomto prípade to boli: hrúbka lanka;
- skomentovať nejaké dáta ktoré nám celkom nesedia k ostatným. Ak sa takýto bod vyskytuje jeden niekde v strede merania, zrejme ide o chybné meranie. Ak je ich však viac pre väčšie hmotnosti, ako sa vám mohlo stať v tomto prípade, znamená to že tam už jednoduchá lineárna závislosť neplatí;
- na záver experimentu treba napísať stručné zhrnutie čo sme vlastne namerali a odpovedať na otázky zadania.

Výsledková listina po 2. kole letnej časti 2011/2012

	Meno	Škola	1	2	3	4	♡	Σ_2	Σ
1	Jaroslava Kokavcová	ZŠ MRŠ	9	9	9	9	0	36,00	72,00
2	Ján Kurimský	CZŠ G	9	9	9	7	0	34,00	70,00
3	Martin Kotian	ZŠ Moravany	9	9	9	8	0	35,00	66,00
4	Viktória Jančárová	ZŠ Mierová	9	8	9	6	1.02	33,02	65,26
5	Veronika Poláková	Zs NSUT	9	9	9		1.94	28,94	64,22
6	Martin Majtán	ZŠ Holubyho	8	7	9		2.3	26,30	60,09
7	Andrej Kluka	G Coubertina	9	8	6	4	0	27,00	59,00
7	Ladislav Kašša	G MRŠ	9	9	9		0	27,00	59,00
7	Tatiana Valková	ZŠaMŠ Mikušovce	6	9	9	5	0	29,00	59,00
10	Matej Jurčík	G VPT	5	1	9	4	4.85	23,85	58,34
11	Dominik Fedor	ZS Jaklovce	9		9	4	2.46	24,46	58,25
12	Veronika Gintnerová	ZŠ Námestie Mladosti	9	7	7	6	1.62	30,62	57,82
13	Kristína Horňáková	ZŠ Močenok	0	8	9	3	2.56	22,56	57,10
14	Michal Holeček	Mladá Hora	4	1	9	5	4.85	23,85	56,55
15	Martina Beňová	G Bajkalská	9	8	7	1	0	25,00	55,00
16	Matej Pončák	CZŠ G	6	8	7	4	2.2	27,20	53,50
17	Dominik Jenča	Gamča	5	9	7		4.73	25,73	51,46
18	Simona Saparová	ZS Bud	5	7	7	3	2.46	24,46	50,76
19	Adam Bavolár	Zs NSUT	4	8	2	5	4.85	23,85	50,47
20	Roman Vajčovec	CZŠ Ž. Bosniakovej	8	8	7	1	0	24,00	50,00
21	Michal Ponechal	CZŠ Ž. Bosniakovej	8	6	7	1	0	22,00	48,00
22	Adam Škrlec	ZŠ Ostredková	8	6	9		0	23,00	46,00
23	Jaromír Štefánik	ZŠ Vajanského	3	4	3		2.08	12,08	45,87
24	Miroslav Papcun	ZŠ Vajanského	3	4	3	0	2.08	12,08	45,10
25	Peter Francúz	GAB	7	6	8	3	4.32	28,32	42,22
26	Marek Golian	ZŠ Div	5	7	7		2.58	21,58	42,17
26	Nikola Pitkova	ZŠ Vikartovce	4	2	9	3	2.59	20,59	42,17
28	Martin Peťko	ZŠ Motešice	9	2	9	2	0	22,00	40,00
29	Barbora Triščová	ZŠ s MŠ Jarovnice	5		8		2.39	15,39	38,91
30	Slávka Germanová	ZŠBK	2	4	9		4.73	19,73	38,35
31	Ján Mitník	ZŠ Čečejovce					0	0,00	36,00
32	Dominik Borovský	ZŠ VL					0	0,00	34,49
33	Mária Mirková	ZŠ Vikartovce	5	2	4	3	2.46	16,46	33,98
34	Monika Valiková	EvGymJAK					0	0,00	33,92
35	Soňa Tomalová	CZŠ JB LC	3	3	1		3.05	10,05	31,90
36	Ján Urdianyk	ZŠ Pribinova					0	0,00	31,00
37	Richard Köplinger	G. Uršule Nedbalovej					0	0,00	30,65
38	Adrián Beseda	ZŠT	2	3	1		1.44	7,44	28,03
39	Tomáš Baňacký	ZŠ Pribinova					0	0,00	28,00
40	Erik Hricka	G. Uršule Nedbalovej					0	0,00	27,00
41	Tomáš Velich	ZŠ Fándlyho, Pezinok					0	0,00	24,00
42	Miroslav Dendis	CZŠ Ž. Bosniakovej	7		0	4	4.13	15,13	22,46
43	Samuel Andrejčák	ZŠ Holčíkovce					0	0,00	21,58
44	Daniel Zdechovan	ZŠ Div	3	8	0		4.13	15,13	19,62
45	Eva Escherová	ZŠ B.n.B.					0	0,00	18,00
46	Ján Makúch	ZŠ Dončova					0	0,00	17,52
47	Dominik Móc	ZŠ Div	4	7	1		4.32	16,32	16,32
48	Soňa Prokopovičová	ZŠBK	0	2	0		1.02	3,02	15,67
49	Natália Bulavová	ZŠ Vikartovce					0	0,00	15,13
49	Jozef Lenhart	ZŠ Div					0	0,00	15,13
49	Miroslava Hoppejová	ZŠ Vikartovce					0	0,00	15,13
52	Patrik Fiľo	ZŠ Div		8			3.36	11,36	14,38
53	Katarína Ráczová	ZŠ Trebišovská					0	0,00	14,30
54	Viktor Karel	G Bajkalská			7		0	7,00	11,00
55	Michal Kraviansky	ZS Baj	2		1	0	0	3,00	10,00
56	Kristína Bajnoková	ZŠ Vikartovce					0	0,00	5,02
57	Jozef Krajňák	ZŠ Slovinky	3		2		0	5,00	5,00
58	Hana Ondrišeková	ZŠ SNP Šurany					0	0,00	3,02
59	Ivana Ploigová	ZŠ SNP Šurany					0	0,00	1,53
60	Juraj Zemiak	ZŠ Námestie Mladosti					0	0,00	0,00