Fyzikálny korešpondenčný seminár
5. ročník, 2011/2012
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Vzorové riešenia 2. kola zimnej časti 2011/2012

2.1 Traktorista (opravovala Tatika)

Traktorista Filip sa po namáhavom dni chce dostať domov. Má na výber dve nasledovné cesty:

(i) tristo dĺžok asfaltky, dvesto dĺžok poľa a sto dĺžok lesa;

(ii) tristo dĺžok lesa.

Viete, že traktor ide po poli dvakrát rýchlejšie ako v lese a po asfaltke dokonca trikrát rýchlejšie ako v lese. Ktorú cestu si má zvoliť, aby bol doma čo najskôr?

Rýchlosť traktoristu v lese si označme v. Potom rýchlosť traktoristu na poli bude $2v$ a po asfalte dokonca $3v$.

Jednotlivé časové úseky vypočítame pomocou známeho vzorca $t = s/v$, kde za dráhu s dosádzame počet dĺžok (jednotky nám netreba, rozmyslite si, prečo):

$$t_1 = \frac{300}{3v} + \frac{200}{2v} + \frac{100}{v} = 3\frac{100}{v} = \frac{300}{v}\,,$$
$$t_2 = \frac{300}{v}\,.$$

V t_1 sme v prvých dvoch členoch (cesta po asfalte a po poli) vykrátili čitateľ s menovateľom a ostalo iba $100/v$. Po sčítaní teda dostaneme $t_1 = 300/v$. Vidíme, že $t_1 = t_2$, čiže traktorista by sa po oboch cestách dostal domov za rovnaký čas.

Na celý problém sa však možno pozrieť aj inou úvahou. Rozdeľme si druhú trasu na tri rovnako dlhé úseky, všetky dlhé sto dĺžok.

Zoberme si cestu po asfalte (prvý z troch úsekov) v prvom prípade. Tento úsek cesty je trikrát dlhší, ako prvý úsek z druhej trasy, no Filip tiež ide trojnásobne takou rýchlosťou. Preto by mu oba úseky (prvý z prvej trasy a prvý z druhej) trvali rovnako dlho.

Teraz prejdime na cestu po poli. Tá je dvakrát taká dlhá, ako druhý úsek druhej trasy, no Filip tentokrát ide dvakrát takou rýchlosťou. Obe možnosti sú teda rovanko dobré.

No a v treťom prípade je úplne jasné, že sú oba posledné úseky rovnako časovo náročné.

Vidíme, že obe trasy zaberú rovnaký čas.

2.2 Kyvadlo (opravovali Paťo a Marika, vzorák Syseľ)

Experimentálne určte závislosť času kmitu závažia na šnúrke od dĺžky šnúrky. Merajte pre šnúrky s dĺžkami od 10cm po 100cm a namerané údaje zaznačte do grafu.

Každý experiment sa dá rozdeliť na časti opísané jednoduchými otázkami.

Seminár podporujú:

Dĺžka závesu [cm]	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Počet kmitov	50	30	30	25	20	20	20	15	15	15
Celkový čas [s]	32,5	27,4	33,4	32,1	28,7	31,5	33,9	27,3	28,8	30,2
Čas kmitu [s]	0,65	0,91	1,11	1,28	1,44	1,58	1,70	1,82	1,92	2,01

Na čom merať? Ak chceme merať kmity, potrebujeme kyvadlo. To nie je ťažké zostrojiť. Stačí jeden koniec šnúrky priviazať k malému ťažkému predmetu a druhý koniec k pevnému bodu dostatočne vysoko na to, aby to celé viselo. Treba poznamenať, že ten pevný bod musí byť naozaj pevný (to jest nesmie sa hýbať). Napríklad taký luster by sa kýval spolu s kyvadlom, a to by ovplyvnilo kvalitu merania.

Čo merať? Čo je to vlastne ten kmit? Vo fyzike je to časť kmitavého pohybu, pri ktorom predmet prejde všetkými polohami a vráti sa späť odkiaľ vyšiel, teda pri kyvadle prechod z maximálneho vychýlenia na druhú stranu a späť. (Prechod iba z jednej strany na druhú sa nazýva kyv.) Dĺžka kmitu, alebo *perióda*, je potom, čas za ktorý predmet tento kmit vykoná.

Ako to merať? Táto časť experimentu je najdôležitejšia. Môže sa to zdať trochu hlúpe, veď predsa hrať sa so stopkami dokáže každý!

Chytíme stopky, vychýlime kyvadlo a stopneme jeden kmit. Dostaneme nejaké malé číselko, napríklad 1,2 s. Potom ale príde zlý opravovateľ a pripomenie, že bežný smrteľník má reakčný čas na očakávané udalosti okolo 0,2 s. Okrem toho sme nemuseli presne určiť, kedy je kyvadlo vychýlené najviac, a teda tu môže vzniknúť druhý posun o ďalších 0,2 s. Spolu tak vzniká chyba až o 0,4 s, čo je jedna tretina nameranej hodnoty.

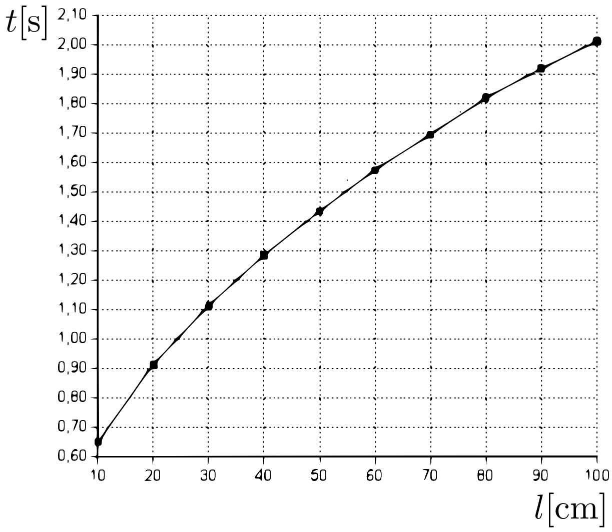
To veru nie je presné! Vyriešiť to môžeme tak, že zmeriame viac kmitov po sebe a výsledný čas predelíme počtom kmitov. Naša chyba 0,4 s sa potom rozdelí medzi jednotlivé kmity, a tak bude menšia. Obyčajne sa meria desať kmitov, ja som meral pre každú dĺžku taký počet kmitov, aby to dokopy trvalo okolo 30 s, čím som dosiahol chybu okolo 1,3 % periódy.

Teraz sa však treba spýtať, či dĺžka kmitu nezávisí od maximálneho vychýlenia kyvadla. To by totiž mohlo moju meraciu metódu spochybniť, keďže vplyvom trenia sa maximálne vychýlenie znižovalo. Experimentálne možno overiť, že nezávisí (pre rozumne malé vychýlenia, napríklad do 5 stupňov).

Ak ste to zistili alebo tušili, možno ste nedbali, či pre každú dĺžku máte rovnaký počiatočný uhol vychýlenia. Výsledok to síce neovplyvnilo, ale zo všeobecného hľadiska je to chyba, pretože ak raz meriame závislosť dĺžky kmitu od dĺžky závesu (šnúrky), ostatné podmienky by sa nemali meniť. V iných experimentoch by sa Vám to mohlo stať osudným.

Poslednou vecou, ktorú bolo treba odmerať, je dĺžka závesu. Tá sa meria od miesta, kde je šnúrka k pevnému bodu pripevnená po úroveň ťažiska zaveseného predmetu.

Čo s tým, keď to mám namerané? Predeliť časy počtom kmitov, spísať to do tabuľky a zostrojiť graf.



Obr. 1: Závislosť času kmitu od dĺžky závesu

2.3 Kruh (opravoval Hellboy, vzorák MaťoCh)

Predstavte si plechové medzikružie ako na obrázku. Čo sa stane s vnútorným kruhom, keď celý plech zahrejeme? Zväčší sa, zmenší sa, alebo zostane rovnaký? Svoju odpoveď poriadne zdôvodnite.

Pri zahriatí sa všetky rozmery predmetu natiahnu $k$krát ($k > 1$, keďže kruh sa zväčšuje). To znamená, že vzdialenosť ľubovoľných dvoch bodov sa zväčší $k$násobne. Alebo, inými slovami, roztiahnutím dostávame útvar podobný s pôvodným s koeficientom podobnosti k. To znamená, že nielenže celý kruh je väčší, ale dokonca aj diera v ňom.

Prečo je to práve tak? Tu je dobré zamyslieť sa nad tým, ako taký plech (ale vlastne aj hocijaká iná podobná pevná látka) vlastne funguje. Za týmto účelom si plech predstavíme ako veľa bodov-atómov pričom každý sa drží so susednými pomocou akýchsi paličiek-väzieb, ktoré pri izbovej teplote majú istú dĺžku.

Takýto model hmoty, čo ako triviálny, je dobrý na kopec vecí – od numerických simulácií až po nasledujúcu úvahu: Čo ak si všetky väzby-paličky v istom okamihu povedia, že by rady boli $k$krát dlhšie? Túto požiadavku im vie zabezpečiť útvar, ktorý je presne podobný s pôvodným útvarom s koeficientom podobnosti k. A ako to bude s naším kruhom? Všetky rozmery kruhu sa zväčšia $k$krát. Konkrétne aj rozmery jeho vnútorného okraja, čiže rozmery diery, sa zväčšia $k$krát.

Takže diera sa zväčší. Tiež môžeme použiť názornú predstavu s bodmi a paličkami: keby sa diera v kruhu chcela zmrštiť, tyčky spájajúce body na jej obvode by sa nielenže nenatiahli, ale boli by ešte kratšie, ako pri izbovej teplote.

2.4 P'Olikova plavba II (opravovala Janka, vzorák Andrej)

Polik sa opäť vybral na plavbu okolo sveta. Tentokrát si zvolil plavidlo tvaru hranola, ktorý má ako podstavu pravouhlý trojuholník. Náčrt plavidla môžete vidieť na obrázku. Keď Polik nastúpil do loďky, ponor bol 0,8 metra. Keď k nemu pristúpila Bum, ponor sa zvýšil na jeden celý meter. Ak viete, že Polik váži 80 kíl, dokážete určiť Buminu hmotnosť?

Na čln pôsobia dve sily, tiažová a vztlaková:

$$F_t = mg, \qquad F_v = \rho_0 V g,$$

Platí samozrejme rovnováha týchto síl, keďže čln sa vo vertikálnom smere nehýbe, preto

$$m = \rho_0 V,$$

Do Polikovej hmotnosti zarátame aj hmotnosť člnu (alebo ju zanedbáme).[1]

Ako vyjadriť ponorený objem?[2] Člnok sa nebude nakláňať, takže hĺbka ponoru bude kolmá na hladinu vody. Ponorený objem je obsah ponorenej prednej steny krát šírka člna d (jeho tretí rozmer, ktorý na obrázku nevidno). Obsah prednej steny je pravouhlý trojuholník s výškou h_1 rovnajúcou sa ponoru 0,8 metra, teda objem je

$$V = h_1^2 d,$$

Zistili sme teda, že druhá mocnina ponoru je úmerná tiaži, $m \propto h_1^2$. (Dĺžka člnu a hustota vody sú konštanty). Takže platí

$$\frac{h_2^2}{h_1^2} = \frac{m_{\mathrm{Poli}} + m_{\mathrm{Bum}}}{m_{\mathrm{Poli}}},$$

Tým pádom dokážeme vyjadriť Buminu hmotnosť:

$$m_{\mathrm{Bum}} = m_{\mathrm{Poli}} \left(\frac{h_2^2}{h_1^2} - 1 \right) = 80 \times \left(\frac{1^2}{0{,}8^2} - 1 \right) = 45\,\mathrm{kg}.$$

[1] Toto v zadaní nebolo jasne napísané, za čo sa ospravedlňujeme. Bez tohto predpokladu by sa však úloha nedala spočítať.

[2] Kto by nevedel prečo, nech pozrie `http://bit.ly/yCVEPs` vzoráky z tretej letnej série 2011