

Fyzikálny korešpondenčný seminár

6. ročník, 2012/2013

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

Zadania 2. kola zimnej časti 2012/2013

Termín: 3. 12. 2012

2.1 Priehrada (9 bodov)

O Oravskej priehrade sa nám podarilo zistiť nasledujúce fakty: Priemerný prietok Oravy v mieste priehrady je zhruba $Q = 19,8 \text{ m}^3/\text{s}$, veľkosť povodia z ktorého sa rieka zbiera je $1\,180 \text{ km}^2$, a priemerný ročný úhrn zrážok v tejto oblasti je $1\,100 \text{ mm}^1$. Plocha Oravskej priehrady je 35 km^2 . Odhadnite:

- (5 bodov) O koľko klesne vodná hladina plne napustenej priehrady za týždeň, ak Orava bude pritekať s prietokom Q a budeme ju vypúšťať prietokom $2Q$?
- (4 body) Koľko percent zrážkovej vody sa dostane do priehrady?



2.2 Koleso sa točilo (9 bodov)

Predstavte si takéto. Ste režisérom vysokorozpočtového filmu a máte starostí nad hlavu. Herci prichádzajú do práce nevyspatí a pod vplyvom alkoholu. Rekvizity sú nekvalitné a rozpadajú sa vám pod rukami. Nestíhate deadline a váš finančný partner sa vám vyhráza, že stiahne svoje financie z projektu. Hlavnej herečke sa na líci vyhodil pupák a teraz odmieta predstúpiť pred kamery. A navyše, občas sa stane, že keď snímate kamerou točiacou sa koleso, vo výslednom filme sa koleso netočí vôbec, ba čo viac, niekedy sa dokonca točí dozadu. Vysvetlite, ako je to možné a zistite, pre akú najmenšiu rýchlosť otáčania kolesa (koľko otáčok za sekundu) bude koleso na filme stáť. Predpokladajte koleso také ako na obrázku. Film sa točí kamerou, ktorá berie 24 obrázkov za sekundu (teda, ako keby 24 krát za sekundu odfoť celú scénu).

¹predstavte si to tak, že za rok naprší a nasneží na zem toľko vody, že je to ako keby sa celá táto plocha pokryla súvislou 1 100 milimetrovou vrstvou vody

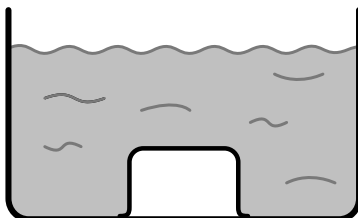
Seminár podporujú:



iuventa

2.3 Heuréka (9 bodov)

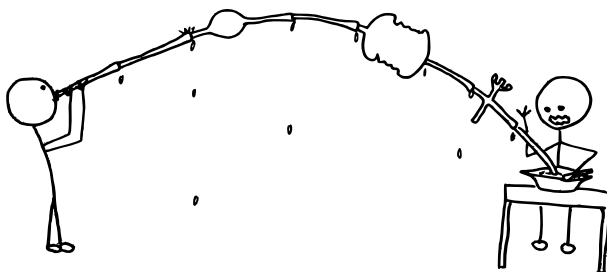
Keď je teleso ponorené do vody, pôsobí naň vztlaková sila – hovorí Archimedov zákon. Ak však vezmeme kelímok napr. od margarínu (alebo ešte lepšie nejakú prísavku) a pricapíme ho o dno hrnca (obr. 1) môže tam chvíľu ostať držať a to napriek tomu, že vztlaková sila naň pôsobiaca by mala byť oveľa väčšia ako tiaž kelímka. Prečo je to tak? A čo na to ujo Archimedes a jeho zákon?



Obr. 1: Kelímok na dne hrnca

2.4 Slamka (9 bodov)

Piť slamkou, to dokáže každý. Mal som takého spolužiaka, ktorý sa volal Marján a občas som ho úplne nechápal, ale ešte aj on to dokázal. Skúste však nasledujúci experiment: Dajte si slamky do úst dve, pričom iba jedna z nich skončí v nápoji, koniec druhej ostane voľne vo vzduchu. Dá sa takýmto spôsobom piť? Podelte sa s nami o výsledky vášho experimentu. Prečo je to tak?



Vzorové riešenia 1. kola zimnej časti 2012/2013

1.1 Láska nebeská (opravoval Sysel)

Andrej chce byť astronómom a preto rád sleduje planéty. Obzvlášť rád ma Venušu, nevie sa na túto bohyňu lásky vynadávať. Niektoré dni však Venušu nevidno, lebo je na oblohe príliš blízko Slnka, to je tak jasné, že Venušu (aj hviezdy) zatieni, nevidno ich.

Andrej by chcel vedieť, ako často sa takýto jav opakuje. Vie, že Zem aj Venuša obiehajú okolo Slnka po (takmer) kruhových dráhach, ktoré ležia v (takmer) tej istej rovine a v strede týchto dráh sa nachádza Slnko (viď. obrázok). Vie, že Venuša Slnko obehne za 224 dní a Zem za 365 dní. Problém s pozorovaním Venuše je vtedy, keď zapadá a vychádza súčasne so Slnkom, teda keď sú Zem, Venuša a Slnko na jednej priamke. Ako často sa takýto stav (zlá pozorovateľnosť Venuše) opakuje?

Pri riešení tejto úlohy bolo potrebné sa vysporiadať s niekoľkými problémami. Obežné dráhy Zeme a Venuše nie sú kružnice a neležia v tej istej rovine. Vďaka tomu neležia tieto tri objekty presne na jednej priamke nikdy. Takýmto prístupom by sme sa však nikdy k ničomu užitočnému nedostali, modely sveta, ktoré používame vždy obsahujú zjednodušenia a odpovede nikdy nie sú dokonale presné. Preto vždy pri riešení akéhokoľvek problému treba mať na pamäti vždy aj presnosť, s akou výsledok potrebujeme.

V tomto príklade tieto odchýlky spôsobujú, že nakresliť priamku ktorá prechádza cez Zem, Venušu a Slnko možno len zriedkavo (nakresliť priamku, ktorá by prechádzala presne cez ich stredy nemožno nikdy). V zadaní nás však trápilo, kedy sa Venuša zle pozoruje – vtedy, keď ju zo Zeme musíme pozorovať z rovnakého smeru, ako k nám ide svetlo zo Slnka (a to nás oslepuje). Teda nám stačí aby Venuša bola blízko Slnka a stačí aby telesá na priamke ležali len skoro a odpoveď nám dá zjednodušený model zo zadania.

Napriek tomu, mnohí z Vás, si našli na internete, kedy telesá na priamke ležia presne a toto uviedli ako výsledok. Nie je zakázané používať pri riešení internet (pokiaľ, samozrejme uvediete adresy webových stránok na ktorých ste informácie našli), ale mali by ste si premyslieť, či to čo ste našli, je skutočne, to čo ste hľadali.

Druhý problém spočíval v tom, že Slnko, Zem a Venuša môžu ležať na priamke v dvoch konfiguráciách:

- Venuša sa nachádza v strede medzi Slnkom a Zemou. (Pri pozorovaní zo Zeme je Venuša pred Slnkom, uhol Zem–Slnko–Venuša je 0°)
- Slnko sa nachádza v strede medzi Venušou a Zemou. (Pri pozorovaní zo Zeme je Venuša za Slnkom, uhol Zem–Slnko–Venuša je 180°)

V oboch konfiguráciách je Venuša zo Zeme pozorovateľná z rovnakého smeru ako Slnko, teda je zle pozorovateľná. Tieto dve konfigurácie sa striedajú, vždy keď sa uhol Zem–Slnko–Venuša zmení o 180°

Tak a teraz sa môžeme pustiť do samotného riešenia. Úlohu budeme riešiť všeobecne, teda si všetko budem označovať písmenkami, ale pre názornosť vždy písmenká aj vyčíslim. Obežné doby Zeme (T_Z) a Venuše (T_V) sú:

$$T_Z = 365 \text{ dní}$$

$$T_V = 224 \text{ dní}$$

Tieto čísla nám hovoria, za koľko dní sa otočí planéta okolo Slnka o 360° . Oveľa praktickejšie je však zistiť, ako rýchlo sa planéty točia. Teda napríklad o aký uhol sa planéta pootočí za deň. Takáto rýchlosť sa nazýva „uhlová rýchlosť“, vo fyzike sa označuje ω (čítaj „omega“) a vo všeobecnosti vyjadruje uhol, o ktorý sa nejaké teleso otočí za jednotku času. V našom prípade ju zistíme ako podiel plného uhla 360° a času, za ktorý sa planéta stihne o tento uhol pootočiť (teda periódy).

$$\omega_Z = \frac{360^\circ}{T_Z} = \frac{360^\circ}{365 \text{ dní}} \approx 0,99^\circ/\text{deň}$$

$$\omega_V = \frac{360^\circ}{T_V} = \frac{360^\circ}{224 \text{ dní}} \approx 1,61^\circ/\text{deň}$$

Vidíme, že Venuša sa hýbe rýchlejšie. Uhol Zem-Slnko-Venuša sa teda zväčšuje. Denne sa uhol medzi nimi zväčší o $0,62^\circ$. Inak povedané, relatívna uhlová rýchlosť Venuše k Zemi je $\omega_r = 0,62^\circ/\text{deň}$.

Keď vieme o koľko sa uhol Zem-Slnko-Venuša zväčší za deň, vieme zistiť aj to, za aký čas sa tento uhol zväčší na 180° a teda sa planéty dostanú do konfigurácie „takmer na priamke“.

$$t = \frac{180^\circ}{\omega_r} \approx 290 \text{ dní},$$

Teda zlá pozorovateľnosť Venuše nastáva približne každých 290 dní.

1.2 Džúsik (opravoval Paťo)

Syseľ si vyrobil novú hračku na pitie. Vzal vzduchotesne uzavretú nádobu naplnenú do polovice vodou, do ktorej je prestrčená slamka, ako na obrázku. Keď do slamky fúkne, voda mu sama vystrekne do úst. Prečo je to tak?

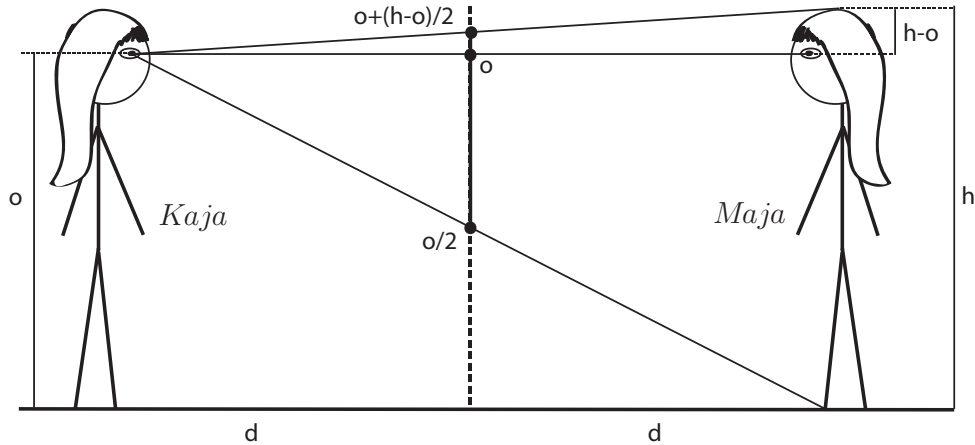
Jeden by povedal, že v tomto príklade bude dôležitý tlak. Druhý s ním súhlasí. Poďme sa teda naň pozrieť zblízka.

Pred tým, ako Syseľ niečo s fľašou urobí, je tlak vzduchu vo vnútri fľaše rovný atmosférickému. V momente, ako do slamky fúkne, do vody uniknú bublinky vzduchu, tie vybublinkujú na hladinu vody (vzduch je ľahší ako voda) a vnútri fľaše stúpne tlak. Akonáhle Syseľ prestane fúkať, tlak v jeho ústach poklesne na normálnu atmosférickú hodnotu a vnútri fľaše bude väčší tlak ako v jeho ústach.

Tento tlak pôsobí na vodnú hladinu silou a pretlačí vodu do slamky. Ak je rozdiel tlakov v nádobe a v ústach dostatočne veľký, voda v slamke stúpne až Sysľovi do úst.

1.3 Pipka (opravovala Katka HiHi)

Kaja už dva dni rieši základnú otázku nášho bytia. Aké najmenej vysoké musí byť *zvislé* zrkadlo, aby sme sa v ňom postojacky a bez pohybu dokázali uvidieť celý?



Obr. 2: Kaja a Maja

Ak bude Kaja v zrkadle vidieť najnižší a súčasne aj najvyšší bod svojho tela, uvidí sa rovno celá. Kaja má výšku h a od zrkadla je vzdialená vo vzdialenosti d . Kajin odraz si zaslúži meno, nazvime ho Maja.

Pre ploché zrkadlo platí, že Kaja je rovnako veľká ako Maja, zrkadlovo obrátená, čiže Maja sa bude pozeráť na Kajou a Maja bude vzdialená od zrkadla rovnako ako Kaja teda d .

Tak najprv sa pozrime na ten najnižší bod. Kajine novučičké športové topánky majú podrážku, ako inak, na zemi. Teda Kaja sa pozerá na Majine (rovnako nové) topánky. Kajine a Majine oči sú vo výške o_{ko} nad zemou. Zrkadlo je v polovičnej vzdialenosti medzi Kajou a Majou, preto Kajin „pohľad“ pretne zrkadlo vo výške $z_{dole} = \frac{1}{2}o$. Tam musí byť najnižší bod zrkadla.

Najvyšší bod zistíme rovnakým postupom. Kajin „pohľad“ na vrch hlavy pretne zrkadlo v polovici medzi očami a vrchom hlavy vo výške $z_{hore} = o_{ko} + \frac{1}{2}(h - o_{ko})$. Alebo jednoduchšie $z_{hore} = \frac{1}{2}o_{ko} + \frac{1}{2}h$.

Výšku zrkadla ľahko zrátame veď vieme výšku horného a dolného bodu.

$$z_{hore} - z_{dole} = \frac{1}{2}h + \frac{1}{2}o_{ko} - \frac{1}{2}o_{ko} = \frac{1}{2}h$$

Zrkadlo je vysoké $\frac{1}{2}h$. Takže najmenšie zrkadlo, v ktorom sa uvidíme, musí mať výšku aspoň polovičnú oproti nám. Všimnite si že veľkosť zrkadla nezávisí od toho ako ďaleko sa Kaja postaví pred zrkadlo ani ako vysoko má oči ;).

1.4 Detektívka (opravovali Dušan)

Tatika práve odpočívala na jazere jedným uchom pod vodou a druhým nad. Zrazu jej prvé ucho (to pod vodou) začulo výstrel a o dve sekundy neskôr ho začulo aj druhé ucho (to nad vodou). Ako ďaleko od Tatiky výstrel nastal? Potrebne údaje si zistíte z tabuliek alebo internetu.

Vo vode sa zvuk šíri rýchlejšie ako vo vzduchu a preto bude Tatika počuť výstrel ponořeným uchom skôr o $\Delta t = 2$ s. V tabuľkách i na internete sa dajú zistiť takéto rýchlosti zvuku: $v_{vzduch} = 340$ m/s a $v_{voda} = 1500$ m/s.

Teraz sa môžeme pustiť do počítania. Vieme, že vzdialenosť od zdroja výstrelu je rovnaká k jednému aj k druhému Tatikinmu uchu², označme ju s .

Potom môžeme zapísať rovnice:

$$\begin{aligned}s &= v_{\text{voda}}t \\ s &= v_{\text{vzduch}}(t + \Delta t)\end{aligned}$$

Z prvej rovnice si vyjadríme čas t , za ktorý došla zvuková vlna k Tatikinmu uchu pod vodou, a dosadíme do druhej rovnice:

$$\begin{aligned}t &= s/v_{\text{voda}} \\ s &= v_{\text{vzduch}}(s/v_{\text{voda}} + \Delta t)\end{aligned}$$

Teraz to už iba upravíme a vyjadríme si dráhu s :

$$s = \frac{v_{\text{voda}}v_{\text{vzduch}}}{v_{\text{voda}} - v_{\text{vzduch}}}\Delta = \frac{1\,500\text{ m/s} \cdot 340\text{ m/s}}{1\,500\text{ m/s} - 340\text{ m/s}} \cdot 2\text{ s} \approx 880\text{ m}$$

Takže ako vidíme výstrel nastal od Tatiky vo vzdialenosti 880 m.

²Bolo potrebné uvažovať, že výstrel nastal pri hladine jazera. Bez tohto predpokladu by sa úloha s iba danými parametrami nedala spočítať.

Výsledková listina po 1. kole zimnej časti 2012/2013

	Meno	Škola	1	2	3	4	♥	Σ ₁	Σ
1	Monika Valiková	EvGymJAK	9	9	9	9	0	36,00	36,00
2	Arťom Shapovalov	ZŠ Holubyho	9	9	9	9	0	36,00	36,00
3	Viktória Jančárová	ZŠ Mierová	8	9	9	9	0	35,00	35,00
4	Miroslava Baranová	Školská 311	8	8	7	9	0	32,00	32,00
5	Katarína Pitoňáková	ZŠHr	9	5	7	9	1.44	31,44	31,44
6	Patrik Grman	CZŠ Piešťany	6	8	7	8	1.62	30,62	30,62
7	Martin Melicher	ZŠ Krosnianska	8	9	9	9	3.9	29,90	29,90
8	Ján Mitník	SGF	9	9	2	9	0	29,00	29,00
9	Lucia Görögová	GsvCaM	9	3	6	9	1.94	28,94	28,94
10	Marcel Palaž	ZŠHr	9	7	1	7	4.32	28,32	28,32
10	Matej Jurčík	G VPT	6	9	0	9	4.32	28,32	28,32
12	Ladislav Malček	ZŠHr	8	9	0	9	2.08	28,08	28,08
13	Michal Holeček	Mladá Hora	9	5	0	9	4.49	27,49	27,49
14	Adrián Kyčerka	ZŠ Trib	8	3	6	7	2.3	26,30	26,30
14	Jakub Francan	EvGymJAK	4	9	6	5	2.3	26,30	26,30
16	Veronika Gintnerová	ZŠ Námestie Mladosti	8	9	0	9	0	26,00	26,00
17	Juraj Vašek	ZŠ M.Kukuč	0	9	5	9	2.39	25,39	25,39
18	Matej Pončák	CZŠ G	1	8	7	8	0	24,00	24,00
18	Veronika Poláková	Zs NSUT	9	7	5	3	0	24,00	24,00
20	Marek Hlavatý	GJGT	7	7	0	9	0	23,00	23,00
21	Dominik Fekete	G GJH	5	5	1	7	4.86	22,86	22,86
22	Martin Petrovič	ZŠNbM	0	9	5	6	2.56	22,56	22,56
23	Edina Perašinová	GAB		9	9		2.59	20,59	20,59
24	Miroslav Papcun	ZŠ Vajanského	1	9	3	7	0	20,00	20,00
25	Róbert Bobor	ZŠ J. Alex	8	2	3	6	0	19,00	19,00
25	Martina Zánová	ZS Baj	3	9	7	0	0	19,00	19,00
27	Dominik Jenča	Gamča		9		7	2.56	18,56	18,56
28	Martin Majtán	ZŠ Holubyho	0	8	0	9	0	17,00	17,00
29	Kristína Hostačná	ZŠ B.n.B.	1	6	7	0	2.46	16,46	16,46
29	Paulína Smolárová	GFGL	1	7	6		2.46	16,46	16,46
31	Dominik Fedor	ZŠ Jaklovce		9	0	7	0	16,00	16,00
32	Roman Pásztor	ZS Baj	0	6	0	7	2.39	15,39	15,39
33	Richard Kello	ZŠKva	0	4	7	0	4.13	15,13	15,13
34	Petra Ivančová	ZS Baj		8		7	0	15,00	15,00
35	Vincent Uhrarik	SvG	0	9	5	*	0	14,00	14,00
35	Samuel Polednák	ZŠsvCaM	5	9	0		0	14,00	14,00
37	Adam Polaček	ZŠaMŠ Kom		2	9		2.2	13,20	13,20
37	Jozef Lenhart	ZŠ Div		5	6		2.2	13,20	13,20
39	Simona Saporová	ZS Bud	0	2	4	7	0	13,00	13,00
40	Filip Rác	G AV	0	4	6	0	2.08	12,08	12,08
41	Timotej Židuljak	Školská 490	0	9	0	2	0	11,00	11,00
41	Zuzana Holeková	ZŠAD	0	2	0	9	0	11,00	11,00
43	Jaromír Štefánik	ZŠ Vajanského	0		3	7	0	10,00	10,00
43	Pavol Šeliga	CZŠ Ž. Bosniakovej		3	0	7	0	10,00	10,00
45	Nikola Janečková	ZŠ J. Alex	2	4	0	2	1.79	9,79	9,79
46	Richard Babjak	ZS Brus.	0	9	0	0	0	9,00	9,00
47	Terézia Širilová	ZŠZN	0	6	0	0	2.7	8,70	8,70
48	Kristína Ďubeková	ZŠsMŠOP	0	7	0	0	1.62	8,62	8,62
49	Veronika Kánová	ZŠ J. Alex	2	4	0	2	0	8,00	8,00
50	Ján Letovanec	ZŠ Kulišková		4	2	0	1.44	7,44	7,44
51	Denisa Furgaláková	ZŠKva		5	0		2.33	7,33	7,33
51	Martin Stankovič	Šoltésovej	0	5	0		2.33	7,33	7,33
51	Miriám Matajová	ZŠKva	0	5	0	0	2.33	7,33	7,33
54	Christián Kupči	G AV		2	5	0	0	7,00	7,00
55	Simona Hánová	ZŠKva		5	0	0	1.24	6,24	6,24
56	Tereza Čiderová	G Starozagorská	0	1	0	3	1.92	5,92	5,92
56	Alžbeta Marta Sulíková	CZŠ sv. Margity	0	4			1.92	5,92	5,92
56	Lukáš Karas	CZŠ sv. Margity	0	4	0	0	1.92	5,92	5,92
56	Alexander Glončák	ZŠKva		4	0		1.92	5,92	5,92
60	Benjamin Toporka	ZŠHr	0	4	0	0	1.02	5,02	5,02
60	Michal Harazin	GLŠ Zvolen	0	4	0	0	1.02	5,02	5,02
60	Lucia Ďurčíková	ZŠAD	0	4	0		1.02	5,02	5,02
63	Lenka Letovancová	ZŠ Kulišková	0	3	0	0	1.49	4,49	4,49
63	Karolína Fričová	ZŠ Kulišková		3	0		1.49	4,49	4,49



	Meno	Škola	1	2	3	4	♥	Σ_1	Σ
63	Sophie Lezzani	CZŠ sv. Margity		2	1		1.49	4,49	4,49
63	Jaroslav Kačmarčík	ZŠKva	*	3	*	0	1.49	4,49	4,49
63	Sofia Szikorová	GLŠ Zvolen	0	3	0	0	1.49	4,49	4,49
68	Kristína Gašperová	ZŠAD	1	3	0		0	4,00	4,00
69	Mário Čendula	ZŠKva	0	3	0	0	0.79	3,79	3,79
69	Jarmila Kramarčíková	ZŠaMŠ Kom	0	3			0.79	3,79	3,79
71	Andrej Vašíček	CZŠ sv. Margity		2			1.02	3,02	3,02
71	Martin Kňazovič	ZŠ LŠ Šafa	0	0	1	1	1.02	3,02	3,02
71	Soňa Tomalová	CZŠ JB LC	0	2	0	0	1.02	3,02	3,02
71	Erik Komjati	ZŠ LŠ Šafa	0	0	1	1	1.02	3,02	3,02
71	Zdenko Lehotský	ZŠ LŠ Šafa	0	0	1	1	1.02	3,02	3,02
76	Kristián Slota	CZŠ Ž. Bosniakovej	0	3	0		0	3,00	3,00
77	Oto Dokoupil	ZŠAD	0	2	0	0	0.54	2,54	2,54
77	Viktória Matušňáková	ZŠsMŠOP	0	2	0	0	0.54	2,54	2,54
79	Nikola Schvarczová	ZS Baj		2	0	0	0	2,00	2,00
79	Janka Lenčesová	S1158		2	0	0	0	2,00	2,00
81	Pavol Dendis	CZŠ Ž. Bosniakovej		1	0	0	0.53	1,53	1,53
81	Boris Jánoš	ZŠ Kulišková		1	0	0	0.53	1,53	1,53
83	Martin Cesnak	ZŠKva	0	1	0	0	0.28	1,28	1,28
83	Miroslav Dendis	CZŠ Ž. Bosniakovej		1	0	0	0.28	1,28	1,28
85	Martin Bako	ZŠHr	0	1	0	0	0	1,00	1,00
86	Milan Maršalka	ZŠKva	0	0	0		0	0,00	0,00
87	Lukáš Zemla	CZŠ sv. Margity		*	0	0	0	0,00	0,00
87	Andrea Teniaková	ZŠKva	0	0	0	0	0	0,00	0,00
87	Daniela Grúňová	ZŠKva	0	0	0	0	0	0,00	0,00
87	Timotej Štekláč	ZŠAD	0	0	0	0	0	0,00	0,00
87	Imro Karniš	ZŠAD	0	0	0	0	0	0,00	0,00