



Fyzikálny korešpondenčný seminár

6. ročník, 2012/2013

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

Vzorové riešenia 2. kola letnej časti 2012/2013

2.1 Zvieracia fyzika (opravovala Čajka, vzorák Dušan)

Dušan s Čajkou podnikli myšlienkovú výpravu do tajomných končín futuristickej zoo. Zistili, že zvieratká v budúcnosti objavujú rovnaké fyzikálne zákony ako my teraz. Keď sa s nimi chceli o nich ale porozprávať, narazili na očakávateľný problém. Zvieratka používajú svoje jednotky. Dušan sa preto pustil do experimentov a Čajka použila svoje jazykové znalosti a spolu zistili, že:

$$4 \text{ kg/m}^3 = \frac{1}{54} \text{ Vt (vtákopyska)}, \quad \frac{1}{6} \text{ s} = 2 \text{ Kč (kačky)}, \quad 20 \text{ m/s} = 5 \text{ Sy (sysľov)},$$

Teraz by ale potrebovali zvieratkám povedať 5 metrov, 24 kilogramov a 2 ampéry. Koľko to bude vo zvieracích jednotkách?

Dušan s Čajkou, rovnako ako väčšina ľudí, dodržiavajú istý systém pri vyjadrovaní daných fyzikálnych veličín. Riadia sa medzinárodnou sústavou jednotiek SI¹, kde je definovaných sedem základných jednotiek. Zvyšné sú odvodené, teda vyjadrujú sa rôznou kombináciou týchto základných jednotiek. Avšak zvieratká z budúcnosti majú svoje vlastné jednotky, ktoré vyjadrujú pre našich cestovateľov dobre známe veličiny. Dušan s Čajkou sa zamysleli a zistili, že Vtákopysk je jednotkou hustoty, Kačka jednotkou času a Syseľ vyjadruje rýchlosť. Pre jednoduchosť si ich zapísali v jednotkovom tvare, aby ich mohli správne kombinovať:

$$1 \text{ kg/m}^3 = \frac{1}{216} \text{ Vt}, \quad 1 \text{ s} = 12 \text{ Kč}, \quad 1 \text{ m/s} = \frac{1}{4} \text{ Sy}.$$

Najprv potrebujú zvieratkám ukázať dĺžku. Túto veličinu si vedia vyjadriť z rýchlosti a času pomocou rovnice $s = vt$, kde pre jednotky platí:

$$1 \text{ m} = 1 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} = \frac{1}{4} \text{ Sy} \cdot 12 \text{ Kč} = 3 \text{ SyKč}.$$

Takže 5 metrov povedia vo zvieracej reči ako 15 Sysľokačiek.

Ďalší lingvistický oriešok je hmotnosť. Na tú budú potrebovať hustotu a objem. Hustotu poznajú a objem vyjadruje veľkosť v troch rozmeroch, rovnako ako dĺžka iba v jednom. Jednotkou objemu je $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m} = 27 \text{ Sy}^3 \text{ Kč}^3$, takže z rovnice $m = \rho V$ dostanú pre jednotky:

$$1 \text{ kg} = 1 \text{ kg/m}^3 \cdot 1 \text{ m}^3 = \frac{1}{216} \text{ Vt} \cdot 27 \text{ Sy}^3 \text{ Kč}^3 = \frac{1}{8} \text{ VtSy}^3 \text{ Kč}^3.$$

No a 24 kilogramov už povedia jednoducho ako $3 \text{ VtSy}^3 \text{ Kč}^3$.

¹<http://en.wikipedia.org/wiki/SI>

Seminár podporujú:



iuventa

Pri poslednej jednotke, ampéri, nastáva problém. Známymi zvieracími jednotkami sa dajú v ľudskej reči vyjadriť iba jednotky, ktoré sú kombináciou metra, sekundy a kilogramu. Elektrický prúd však nie odvodená veličina. Takže Dušan s Čajkou môžu stvárať čokoľvek, no zo zvieracích jednotiek Ampér nevyčarujú.

2.2 Chudák drôt... (opravoval Jimi)

Paťovi omylom spadol do mixéru jeho obľúbený odporový drôt. Kým Paťo stačil vypnúť mixér, drôt bol už nasekaný na n rovnakých kúskov. Z nostalgie by rád vedel, aký mal jeho drôt pôvodne odpor. Zapojil ich teda paralelne a zmeral ich odpor R . Aký bol odpor pôvodného Paťovho drôtu?

Paťo mal nasekaný drôt na n rovnakých častí, ktoré zapojil paralelne. Každý kus drôtu je rovnako dlhý a má teda aj rovnaký odpor. Označme tento odpor malého kúska drôtu r .

Ak tieto kusy drôtu zapojíme paralelne, bude pre výsledný odpor R platiť

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \underbrace{\frac{1}{r} \cdots \frac{1}{r}}_n = \frac{n}{r}.$$

Z toho dostaneme:

$$r = n \cdot R.$$

V pôvodnom drôte boli tieto kúsky za sebou, teda presne tak isto, ako keby boli zapojené sériovo. Odpor takéhoto sériového zapojenia bude

$$R_s = \underbrace{r + r + \cdots + r}_n = nr.$$

Po dosadení za odpor r dostaneme

$$R_s = n \cdot r = n^2 \cdot R.$$

Musíme ale poznamenať, že aj keď sa tento výsledok dal získať viacerými spôsobmi, nie všetky sú korektné. Napríklad vybratie si istej hodnoty n a následné vyriešenie pre ňu neznamená, že to platí aj pre iné hodnoty. Pre taký typický príklad $n = 2$ dostaneme $R = \frac{r \cdot r}{r + r}$. Avšak napríklad pre $n = 3$ už neplatí $R = \frac{r^3}{r + r + r}$, ani pre ďalšie n neplatí $R = \frac{r^n}{r + r + \cdots + r}$. Takéto riešenia dostávali najviac 4 body. Nebojte sa používať premenné!

2.3 Mám chuť na niečo sladené (opravoval Jerguš)

Poli rád pije vodu so sirupom. Riadne sladkú, aký objem vody, taký sirupu. Vždy ho zaujímalo, ako sa zmení hustota, keď tie veci zmieša. Namerajte preto päťkrát každú z hustôt vody, sirupu a vody zmiešanej so sirupom v pomere 1:1. Porovnajme hustotu zmesi s priemerom hustôt vody a sirupu.

Ako prvé si treba uvedomiť, že hustota je definovaná ako pomer hmotnosti k objemu, teda ak máme roztok sirupu a vody v pomere 1:1 ich spoločná hustota by mala byť

$$\rho = \frac{(m_s + m_v)}{2V} = \frac{(\rho_s + \rho_v)}{2}.$$

Ako však povedal Richard Feynman: „Nezáleží na tom, aká je tvoja teória úžasná, nezáleží ani na tom, aký si múdry. Ak to nesúhlasí s experimentom, je to nesprávne.“ Poďme si teda dokázať, akí sme múdri, experimentom!

Najprv musíme určiť hustotu vody a sirupu, hustotu vody vieme zistiť pomocou internetu alebo fyzikálnych tabuliek. Hustotu sirupu však musíme zmerať sami, buď to hustomerom alebo pomocou vzťahu $\rho = \frac{m}{V}$, v ktorom sú všetky veličiny okrem ρ známe alebo jednoducho zmerateľné. Poďme teda merať!

Pri meraní som použil váhu s rozsahom 0 g – 300 g, najmenším dielikom 0,01 g a odchýlkou 0,005 g, dva odmerné valce s rozsahom 10 cm³ – 150 cm³, najmenším dielikom 1 cm³ a odchýlkou 0,5 cm³. Najprv som vždy nalial do odmerných valcov presne² 50 cm³ vody a 50 cm³ sirupu, následne som tieto valce odvážil a zistil hmotnosť vody m_v a hmotnosť sirupu m_s . Pomocou vzťahu $\rho = \frac{m}{V}$ som vypočítal hustoty ρ_s a ρ_v . Potom som prilial sirup k vode a úkon opakoval znovu, aby som zistil hustotu sirupovej vody ρ_z . Merania som 5-krát zopakoval.

	m_v [g]	m_s [g]	V_v [cm ³]	V_s [cm ³]	m_z [g]	V_z [cm ³]
1.	49.97	63.31	50	50	113.25	100
2.	50.03	63.25	50	50	113.18	100
3.	50.07	63.18	50	50	113.32	100
4.	49.94	63.31	50	50	113.15	100
5.	49.98	62.92	50	50	112.90	100

Z týchto nameraných hodnôt vieme vzťahom $\rho = \frac{m}{V}$ dopočítať nasledujúce údaje.

	ρ_s [$\frac{g}{cm^3}$]	ρ_v [$\frac{g}{cm^3}$]	ρ_z [$\frac{g}{cm^3}$]	ρ_{priem} [$\frac{g}{cm^3}$]
1.	1.2662	0.9994	1.1325	1.1328
2.	1.2650	1.0006	1.1318	1.1328
3.	1.2636	1.0014	1.1332	1.1325
4.	1.2662	0.9988	1.1315	1.1325
5.	1.2584	0.9996	1.1290	1.1290
priemer	1.2638	0.1000	1.1316	1.1319

Vidíme, že objem zmiešaného sirupu a vody je rovný súčtu objemu sirupu a vody. Tým pádom je jasné, že ak všetku kvapalinu prelejeme z jednej nádoby do druhej, tak nám musí výjsť výsledná hustota ako priemer hustôt sirupu a vody. Vidíme, že toto sa nám nepodarilo ($m_v + m_s \neq m_z$), a týmto boli spôsobené nepresnosti nášho merania. V skutočnosti sa ale môže diať to, že súčet objemov bude menší než výsledný objem: $V_v + V_s < V_z$. Tento jav sa nazýva *objemová kontrakcia*. Je spôsobený tým, že molekuly v zmesi vedľa lepšie vyplnia medzery, ako keď sú koncentrované. Viac si o nej môžete prečítať tu: http://www.fns.uniba.sk/uploads/media/Ako_miesat_koktaily.pdf.

2.4 Potulky po Bystrici (opravoval Maťo G.)

Katka minule šoférovala po Banskej Bystrici. Samo sedel vedľa nej a aby sa nenudil, kreslil graf závislosti rýchlosti, ktorou išli, od času a nakreslil toto: Nakoniec Katku zaujímalo, akou priemernou rýchlosťou auto išlo. Zistite z nakresleného grafu túto informáciu.

²Keď chcete presne určiť objem v odmernom valci musíte sa naň pozrieť kolmo a zistiť kde je spodok meniskusu, ten zaznačuje presný objem.

S touto úlohou ste väčšinou nemali problémy. No poďme pekne po poriadku. Priemernú rýchlosť vypočítame ako celkovú dráhu prejdenú za celkový čas

$$v_p = \frac{s}{t}.$$

O celkovej prejdenej dráhe a čase nám už musí niečo povedať graf. Keď sa naň pozrieme, zistíme, že auto šlo medzi jednotlivými časovými úsekmi rovnomerným pohybom. Za každú úsek prešlo auto dráhu $s = v \cdot t$. Úseky si očísľujeme od 1 po 5 (prvých 5 minút bude prvý). Preto celkovú dráhu vypočítame ako súčet jednotlivých dráh na týchto úsekoch, teda

$$s = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2 + v_3 \cdot t_3 + v_4 \cdot t_4 + v_5 \cdot t_5.$$

Otázkou zostáva čo si zvoliť za časový úsek t . Niektorí z vás použili celú hodinu, niektorí iba 45 minút (čas, ktorý sa auto hýbalo) a niektorí 50 minút. Za správne sme uznali všetky hodnoty (úloha sa dala pochopiť viacerými spôsobmi). Tu však budeme používať hodnotu $t = 60$ min.

A nezabudli sme na niečo? Jednotky predsa nie sú základné! Ak sa však lepšie pozrieme na zlomok $v_p = \frac{s}{t}$, zistíme, že v čitateli máme jednotku $\text{m/s} \cdot \text{min}$ a v menovateli min . Minúty sa nám vykrátia a zostane nám len m/s , čo je jednotka pre rýchlosť, takže nám to jednotkovo vyšlo správne. Po dosadení vyšla hodnota

$$v_p = \frac{0 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ min} + 5 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ min} + 20 \text{ m/s} \cdot 22 \text{ min} + 0 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ min} + 10 \text{ m/s} \cdot 13 \text{ min}}{60 \text{ min}},$$

$$v_p \approx 10,33 \text{ m/s}.$$

Pre zistenie prejdenej dráhy z grafu rýchlosti však existuje ešte iný spôsob. Stačí jednoducho zrátať plochu pod grafom rýchlosti. Presveďte sa, že to vyjde naozaj rovnako, ako to vyšlo výpočtom.

Výsledková listina po 2. kole letnej časti 2012/2013

	Meno	Škola	1	2	3	4	♥	Σ ₂	Σ
1	Patrik Grman	CZŠ Piešťany	9	9	8	9	0.28	35,28	63,36
2	Martina Zánová	ZŠ Baj	6	9	8	9	0	32,00	63,00
3	Martin Petrovič	ZŠ NbM	6	9	7	9	1.24	32,24	62,03
4	Michaela Dluhošová	Francisciho	9	9	7	9	0.54	34,54	61,74
5	Viktória Jančárová	ZŠ Mierová	9	4	9	9	0	31,00	60,00
6	Kristína Hornáková	ZŠ Močenok	9	9	8	9	0	35,00	59,00
7	Marcel Palaj	ZŠ Hr	7	8	6	9	2.7	32,70	58,43
8	Filip Rác	G AV	7		7	9	2.39	25,39	54,33
9	Juraj Vasek	ZŠ M.Kukuč	6	9	3	8	2.08	28,08	51,60
10	Matej Pončák	CZŠ G	9	9	8	9	0	35,00	49,00
11	Nikoletta Bucsanszká	Francisciho	9			9	2.59	20,59	45,05
11	Paulína Smolárová	ZŠ Lokca	7		6	9	2.46	24,46	45,05
13	Barbora Triščová	ZŠ s MŠ Jarovnice	6		7	9	0	22,00	44,00
13	Samuel Polednák	ZŠsvCaM	6	2	5	9	0	22,00	44,00
15	Marek Hlavatý	GJGT	7	4	8	9	0	28,00	38,00
16	Matej Krásny	ŠpMNDaG	7	9	7	9	1.92	33,92	33,92
17	Monika Valiková	EvGymJAK	9	9	6	9	0.79	33,79	33,79
18	Timotej Židuljak	ZŠsMŠ TnV	1	3		9	0	13,00	30,00
19	Miroslava Baranová	ZŠsMŠ ST					0	0,00	29,00
20	Miroslav Papcun	ZŠ Vajanského	6	9	4	9	0	28,00	28,00
21	Radoslav Žilka	ZŠ Div	1	0	2	7	3.9	13,90	26,55
22	Rudolf Šipčiak	ZŠ Dolná Tižina	7	4	4	9	2.3	26,30	26,30
23	Pavol Mucha	ZŠ Dolná Tižina	6	4	4	9	2.39	25,39	25,39
24	Petra Štefaníková	GyOHavl	9	9		7	0	25,00	25,00
24	Simona Saparová	ZŠ Bud	6	0	3	8	0	17,00	25,00
26	Veronika Gintnerová	ZŠ Námestie Mladosti					0	0,00	23,00
27	Kristína Hostáčná	ZŠ B.n.B.	6				1.44	7,44	22,83
28	Jaromír Štefánik	ZŠ Vajanského	9	4		8	0	21,00	21,00
29	Adrián Kyčerka	ZŠ Trib					0	0,00	19,58
29	Barbora Bánská	ZŠ Vrútocká	2	4	2	9	2.58	19,58	19,58
31	Jakub Čatloš	ŠpMNDaG	6			3	1.94	10,94	18,38
32	Martin Stankovič	ZŠ EMŠ	2	0		1	1.49	4,49	17,14
33	Simona Rečičárová	Francisciho					0	0,00	16,46
34	Andrea Andréssová	ZŠ Vrútocká	2	4	2	5	2.39	15,39	15,39
35	Edina Perašinová	GAB					0	0,00	14,30
36	Zuzana Holeková	ZŠ AS					0	0,00	12,00
36	Kristína Gašperová	ZŠ AS			1	9	0	10,00	12,00
38	Imro Karniš	ZŠ AS					0	0,00	10,94
39	Samo Krajčí	G Alejová		4		3	3.05	10,05	10,05
40	Jozef Lenhart	ZŠ Div					0	0,00	8,62
41	Matej Benčík	ŠpMNDaG				4	1.92	5,92	5,92
42	Romana Antalová	ZŠ B.n.B.					0	0,00	1,28
42	Michael Gejdoš	ŠpMNDaG				1	0.28	1,28	1,28
42	Andrej Šandal	ŠpMNDaG				1	0.28	1,28	1,28
42	Martin Piliav	ŠpMNDaG				1	0.28	1,28	1,28
42	Sarah Ivaničová	ŠpMNDaG				1	0.28	1,28	1,28
42	Martin Kollár	ŠpMNDaG				1	0.28	1,28	1,28
42	Kristína Šimková	ŠpMNDaG				1	0.28	1,28	1,28
42	Richard Burgár	ŠpMNDaG				1	0.28	1,28	1,28
50	Marek Palaj	ZŠ Hr	0	0	0	0	0	0,00	0,00
51	Martin Kollár	G Súkr. Dnep.				0	0	0,00	0,00
52	Katarína Kmeťová	MatFyz	-42				0	-42,00	-42,00