Fyzikálny korešpondenčný seminár
6. ročník, 2012/2013
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 84248 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Vzorové riešenia 2. kola zimnej časti 2012/2013

2.1 Priehrada (opravovali Jarka a Andrej)

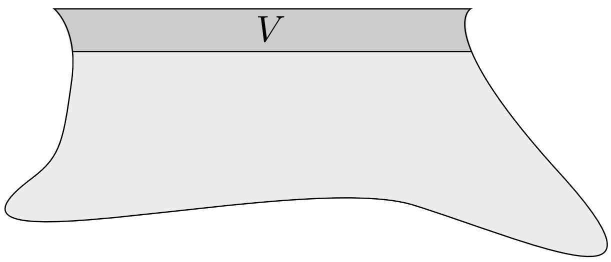
a) Napúšťanie Q a vypúšťanie $2Q$ vlastne znamená, že vypúšťame Q. Vypúšťať Q po celý týždeň znamená vypustiť objem $V = Qt$. Zostáva zistiť, aký pokles hladiny spôsobí vypustenie objemu V vody. Ak by hladina nepoklesla veľmi výrazne, bol by dobrý predpoklad, že plocha vodnej hladiny sa počas poklesu takmer nemení (obr. 1). Vtedy by však takmer presne platilo, že $V = S\Delta h$, kde Δh je výška, o ktorú poklesla hladina priehrady a S je plocha jej vodnej hladiny. Po úprave dostávame:

$$Qt = V = S\Delta h \Rightarrow \Delta h = Qt/S\,.$$

Ak dosadíme číselné hodnoty, máme

$$\Delta h = Qt/S = \frac{19{,}8\,\mathrm{m^3/s} \cdot 604\,800\,\mathrm{s/týždeň}}{35\,000\,000\,\mathrm{m^2}} \approx 0,35\,\mathrm{m/týždeň}$$

Vidíme, že pokles hladiny je skutočne malý (35 cm je pre bežnú priehradu nič), predpoklad, že sa plocha hladiny po poklese nezmení bol teda dobrý a mohli sme si ho dovoliť.



Obr. 1: Oravská priehrada pred a po vypustení objemu V

b) Zrážky tečúce do priehrady Z čoho sa berie voda tečúca do priehrady? No asi len zo zrážok. Lebo aj všetky pramene a podzemná voda sa museli dostať na súš niekedy z nejakých zrážok. Veľká časť zrážok sa však stratila, lebo ju vypili rastliny, zvieratká, alebo sa vyparila. Takže všetka voda tečúca do priehrady pochádza zo zrážok, avšak nie všetky zrážky sa dostanú do priehrady. Ak označíme P plochu povodia rieky a z priemerné ročné zrážky, zistíme, že priemerne v oblasti, z ktorej sa rieka zbiera, naprší za rok $Pz \cdot 1\,\mathrm{rok}$ zrážok. Za ten istý rok však cez priehradu pretečie $Q \cdot 1\,\mathrm{rok}$ vody. Pomer pretečenej vody za rok a celkových zrážok za rok bude:

$$\eta = \frac{Q \cdot 1\,\mathrm{rok}}{Pz \cdot 1\,\mathrm{rok}} = \frac{Q}{Pz}$$

Ak dosadíme číselné hodnoty, dostávame:

$$\eta = \frac{19{,}8\,\mathrm{m^3/s}}{1\,180\,000\,000\,\mathrm{m^2}\cdot 1{,}1\,\mathrm{m/rok}} \approx \frac{624\,000\,000\,\mathrm{m^3/rok}}{1\,300\,000\,000\,\mathrm{m^3/rok}} \approx 48\,\%$$

2.2 Koleso (opravovali Laco a Tatika)

Nuže sa pozrime, čo vlastne taká kamera robí. Bolo nám povedané, že akoby fotila každú 1/24 sekundy. A taká fotka je zjavne statická vec. Potom ako to, že máme pocit pohybu? Náš mozog je šikovný a domyslí si aj to, čo nevidí.[1] A na naše šťastie je väčšina bežných pohybov pekná v tom, že to, čo si domyslíme, sa veľmi nelíši od skutočnosti. Za tú chvíľočku sa toho nestihne veľa dramatického udiať.

Ale čo ak ide koleso vcelku rýchlo? Až tak, že sa za čas uplynuvší medzi dvoma zábermi „foťáku“ stihne pretočiť napríklad celé? Dve za sebou idúce fotky budú úplne rovnaké. No a pre mozog je najjednoduchšie vysvetlenie také, že koleso sa netočí…[2] Podobne ak sa koleso medzi dvoma zábermi takmer pretočí do pôvodnej polohy, najjednoduchšie vysvetlenie je, že sa pomaly točí naopak.

Po zmáknutej teórií už bude zvyšok ľahučký. Len si dovolím napísať, že nebudeme uvažovať záporné rýchlosti. Je to síce fyzikálne správne, ale nanajvýš nezaujímavé a slovíčkarské. Veľkosť rýchlosti, to je ono, milé deti. A ani nulová rýchlosť. Vtedy sa nám nezdá, že koleso stojí, ono naozaj stojí.

Takže potrebujeme, aby dve za sebou idúce fotky boli rovnaké. Naše koleso je krásne symetrické, takže keď sa otočí o nejaký celočíselný násobok 60°, vyzerá rovnako. Teda najmenej o 60°. Teda ak za 1/24 s spraví 1/6 otáčky, za celú sekundu to bude 24-krát viac, tj. 4 otáčky za sekundu. Éto vsjo, ribjata.

2.3 Kelímok (opravovali Adam a Jano)

Ponorte sa s nami do hĺbok hydrostatiky. Od čias Archimeda až dodnes sú ľudia fascinovaní podvodným svetom s jeho čudnými pravidlami. Máme tu možnosť zažit sily a tlaky, aké suchozemci zanedbávajú. Hor sa pod hladinu…

Pozrime sa najprv na zadanie. Kelímok nám drží na dne, ale je tu akýsi rozpor, ktorý treba vysvetliť: „môže tam chvíľu ostať držať napriek tomu, že vztlaková sila naň pôsobiaca by mala byť oveľa väčšia ako tiaž kelímka“, čo je to isté ako: „A čo na to ujo Archimedes a jeho zákon?“. Inými slovami, prístup cez vztlakovú silu, ktorý sa nám podsúva zo zadania a z hodín fyziky je asi nejako zlý… Poďme ho bližšie preskúmať a odhaliť, kde je problém.

V škole nás učia (učili a budú učiť) o zákone pána Archimeda. Ten nám hovorí: „Vztlaková sila pôsobiaca na teleso sa rovná tiaži kvapaliny telesom vytlačenej.“ Mali by nás naučiť aj to, odkiaľ sa takáto vztlaková sila berie.

Keď nasypeme do nádoby piesok alebo granko, jednotlivé zrnká budú tlačiť (tiažou smerom nadol) na tie pod nimi, budú sa po sebe šmýkať, až vytvoria kopu. Keď ich nasypeme ešte viac a dobre utrasieme, zaplnia nádobu a vytvoria hladinu. Kvapaliny

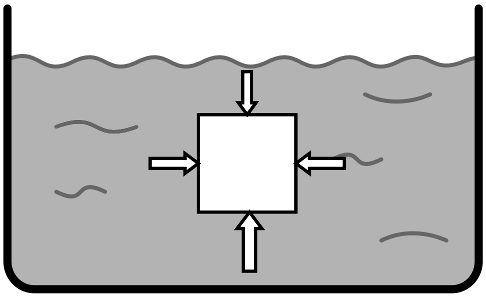
[1] Pozrite si http://www.colorcube.com/illusions/illusion.htm, ak si myslíte, že vaše oči a mozog si až tak veľa nedomýšľajú a zistíte, že trik s kamerou je ešte celkom ospravedlniteľný.

[2] Nepoznajúc kontext, asi by ste si to mysleli aj vy po racionálnej úvahe.

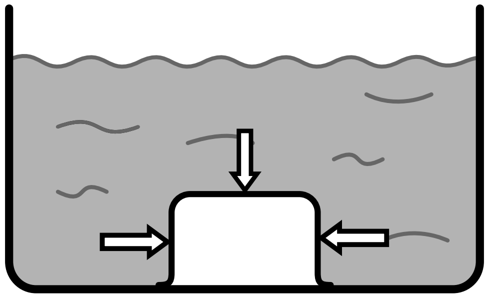
robia čosi podobné, len sa utrasú samovoľne takzvaným tečením. Zrnko alebo „kvapka“ (malý objemík kvapaliny) ďalej v hĺbke h cíti, ako na neho tlačia všetci zhora, ktorí na ňom takpovediac sedia. Uhlo by sa, ale nemá kam, lebo na každú stranu mu zavadzajú jeho kamaráti v podobnom rozpoložení.

Takto nejako by sa dal predstaviť hydrostatický tlak $p = h\rho g$. Je tým väčší, čím sme hlbšie, a pôsobí v kvapaline v kažkdom smere (chcela by tiecť hociktorým smerom, keby mohla).

Keď ponoríme do vody teleso (pre jednoduchosť kocku), tak bude hydrostatický tlak pôsobiť na kocku zo všetkých strán (obr. vľavo). Vybavme najprv zvislé steny. Na tieto steny pôsobí rovnako veľká tlaková sila s opačnou orientáciou. Dôvod je jednoduchý, ku každému kúsku pravej steny existuje kúsok ľavej steny v rovnakej hĺbke a naopak. Teda výsledná sila od zvislých stien je nulová. S vodorovnými stenami to nebude oveľa zložitejšie. Dolná stena je hlbšie ako horná, a preto je na ňu pôsobí väčší hydrostatický tlak väčšou tlakovou silou. Výsledná sila pôsobiaca na kocku bude teda smerovať nahor. A to je ona. Vztlaková sila, zapríčinená hydrostatickým tlakom. A je presne tak veľká, že by ju vyrovnala tiaž vody,ktorá by tam bola namiesto telesa.



Obr. 2: teleso plávajúce



Obr. 3: teleso pricapené na dno

V našej situácií (obr. vpravo) však čosi nesedí, kelímok je pricapený na dne, a tak pod ním nie je voda ktorá by mohla pôsobiť hydrostatickou tlakovou silou. A tak nám chýba prísada do vztlakovej sily uja Archimeda. A máme chyteného vinníka!

Výsledná hydrostatická tlaková sila bude smerovať nadol a bude ju musieť kompenzovať (takzvanou reakčnou silou) dno, ak má situácia ostať statická (nemenná).

Prečo sa kelímok neudrží na dne večne? Keby bol spoj kelímka a dna dokonalý, tak by na dne žil šťastne až naveky. Lenže práve kvôli nedokonalostiam sa pod kelímok dostane voda a hydrostatický tlak zrazu začne pôsobiť aj zdola. Kelímok povie: „Bla bla blu“ a vypláva, ako mu Archimedes káže.

Iný, vami často používaný pohľad pod cez tlak a podtlak. Podtlak je popis toho, že niekde je tlak nižší ako nejaký referenčný v okolí. Väčší tlak ho „pretlačí“ a ono to vyzerá akoby podtlak netlačil, ale nasával. Pozrime sa z tohoto pohľadu na kelímok pricapený na dne. Zvnútra ho od dna odtláča atmosferický tlak vzduchu v jeho vnútri. Zvonka naň tlačí cez hladinu atmosféra a naviac hydrostatický tlak. Takže z pohľadu zvnútra ho pritláča na dno hydrostatický pretlak (nezamieňať s paradajkovým pretlakom) a z pohľadu vody je pricucnutý na dno rovnako veľkým podtlakom. Žiaľ málo z vás aj vysvetlilo, aký podtlak má na mysli…

Ďalším mechanizmom, držiacim kelímok na dne je „prísavkový efekt“. Spočíva v tom, že spod prísavky (teraz kelímku) vytlačíme časť vzduchu, a tak tam bude vzduch pod tlakom nižším než atmosférickým, takže sme vytvorili podtlak voči atmosfére, ktorá svojím (pre)tlakom pritláča prísavku na jej miesto. Všimnime si, že tento mechanizmus nevyžadoval vodu. A naozaj, prísavky fungujú aj na suchu.

Chybou, ktorú niektorí páchali, bolo, že spomínali aj vztlakovú silu, aj hydrostatický tlak. A ako sme si povedali v tomto texte, oni tam nie sú naraz, lebo vztlaková sila je len dôsledkom hydrostatického tlaku. Poniektorí si neprečítali poriadne zadanie a neporozumeli, čo majú vlastne objasniť. Ale ostaní ste to zvládli s pokojom antického filozofa.

2.4 Slamka (opravovali Lia a Maťo)

Väčšina z vás správne zistila, že svoj smäd týmto spôsobom neuhasíte. Iní správne zistili, že svoj smäd týmto spôsobom uhasíte. Kto má pravdu? Všetci a nikto, poďme sa teda na to spoločne pozrieť.

Skúsme slamku, ktorá trčala vo vzduchu, ponoriť do oleja. O chvíľu pocítime mastnú chuť na jazyku, ale žiadnu vodu. Prečo je to tak? Kľúčom k správnemu riešeniu bolo pozrieť sa na tlaky v oboch slamkách.

V rovnovážnom stave sa tlak tesne pod hladinou vody v nádobe rovná atmosférickému tlaku. Keby to tak nebolo, na vodu by pôsobila výsledná nenulová sila a voda by sa musela pohybovať. Podobná úvaha funguje aj pre druhú tekutinu. Zo školy poznáme vzťah na výpočet hydrostatického tlaku v hĺbke h ako $h\rho g$. Na hladinu v slamkách pôsobí tlak vzduchu v ústach, ktorý je nižší ako atmosférický vďaka nášmu saciemu skillu. Výsledný tlak v slamke na ho úrovni hladiny v nádobe môžeme potom vypočítať ako súčet tlaku v ústach a hydrostatického tlaku v slamke. Z predošlej úvahy však vieme, že tento tlaku sa musí v rovnovážnom stave rovnať atmosférickému.

Získavame nasledovné rovnice:

$$p_a = h_v \rho_v g + p_u$$

$$p_a = h_o \rho_o g + p_u$$

Teda:

$$h_v \rho_v g = h_o \rho_o g$$

$$\frac{h_v}{h_o} = \frac{\rho_o}{\rho_v}$$

Hustota oleja je nižšia než hustota vody:

$$\frac{\rho_o}{\rho_v} < 1 \Rightarrow \frac{h_v}{h_o} < 1$$

Teda $h_v < h_o$ – výška vody v slamke bude vždy nižšia ako výška oleja. Voda sa preto nikdy nedostane do našich úst, lebo výška oleja nemôže byť vyššia ako výška slamky. V prípade, že miesto oleja budeme cucať vzduch, výška vody v slamke bude malá – priam nepozorovateľná, lebo vzduch má tisíckrát menšiu hustotu ako voda.

Nám sa napriek tomu napiť podarilo — prudko sme začali ťahať z oboch slamiek. Chvíľku sme ťahali vzduch a potom sme zacítili trochu vody. A potom nám došiel dych. . . Pred chvíľou sme ale povedali, že piť sa takto nedá. Kde sa stala chyba?

Pri riešení sme predpokladali, že cucáme pomaly a stav je ustálený. Keď však prudko nasajeme, na krátku chvíľu poklesne tlak v ústach na dostatočne nízku hodnotu, pretože vzduchu chvíľku trvá, kým vystúpi slamkou hore. Počas toho sa k nám vie dostať trošku vody a nám sa podarí trochu sa napiť. Opakovaním tohto postupu dokážeme vypiť aj celý pohár, no je to veľmi pracné...

Výsledková listina po 2. kole zimnej časti 2012/2013

	Meno	Škola	Roč.	1	2	3	4	♡	Σ_2	Σ
1	Monika Valiková	EvGymJAK	9	8	7	5	1.62	30,62	66,62	
2	Viktória Jančárová	ZŠ Mierová	9	8	9	3	0	29,00	64,00	
2	Miroslava Baranová	ZŠsMŠ ST	9	9	8	6	0	32,00	64,00	
4	Lucia Görögová	GsvCaM	9	9	9	7	0.54	34,54	63,48	
5	Michal Holeček	G VPT	9	9	7	9	1.02	35,02	62,51	
6	Matej Jurčík	G VPT	7	7	3	9	3.9	29,90	58,22	
7	Marcel Palaj	ZŠ Hr	6	8	6	5	4.13	29,13	57,45	
8	Dominik Fekete	GJH	9	6	8	8	2.33	33,33	56,19	
9	Juraj Vasek	ZŠ M.Kukuč	9	9	2	9	1.62	30,62	56,01	
10	Katarína Pitoňáková	ZŠ Hr	9	8	0	5	2.46	24,46	55,90	
11	Martin Petrovič	ZŠ NbM	9	5	9	6	1.62	30,62	53,18	
11	Patrik Grman	CZŠ Piešťany	5	7	1	7	2.56	22,56	53,18	
13	Veronika Poláková	ZŠ NSUT	9	7	3	9	0	28,00	52,00	
14	Adrián Kyčerka	ZŠ Trib	8	5	2	7	2.46	24,46	50,76	
15	Martin Melicher	ZŠ Krosnianska	5	7	0	4	4.8	20,80	50,70	
16	Ladislav Malček	ZŠ Hr	9		2	9	2.56	22,56	50,64	
17	Veronika Gintnerová	ZŠ Námestie Mladosti	3	7	2	9	0	21,00	47,00	
18	Dominik Jenča	Gamča		9	8	9	2.08	28,08	46,64	
19	Edina Perašinová	GAB	4	9	1	7	2.52	23,52	44,11	
20	Matej Pončák	CZŠ G	9	7	0	3	0	19,00	43,00	
21	Martina Zánová	ZŠ Baj	9	3	2	9	0	23,00	42,00	
22	Jaromír Štefánik	ZŠ Vajanského	9	9	9	4	0	31,00	41,00	
23	Miroslav Papcun	ZŠ Vajanského	5	4	6	5	0	20,00	40,00	
24	Filip Rácz	G AV	9	7	3	5	2.3	26,30	38,38	
25	Róbert Bobor	ZŠ J. Alex	5	6	0	7	0	18,00	37,00	
25	Samuel Polednák	ZŠsvCaM	4	9	3	7	0	23,00	37,00	
27	Jakub Francan	EvGymJAK	8		0		1.79	9,79	36,09	
28	Arťom Shapovalov	ZŠ Holubyho					0	0,00	36,00	
29	Timotej Židuljak	ZŠsMŠ TnV	7	3	6	5	0	21,00	32,00	
30	Veronika Kánová	ZŠ J. Alex	9	5	9	*	0	23,00	31,00	
31	Richard Kello	ZŠ Kva		1	1	9	4.13	15,13	30,26	
32	Dominik Fedor	ZŠ Jaklovce	3	3	0	8	0	14,00	30,00	
32	Zuzana Holeková	ZŠ AS	6	7	2	4	0	19,00	30,00	
34	Ján Mitník	SGF					0	0,00	29,00	
35	Martin Stankovič	ZŠ EMŠ	4	7	2	3	4.8	20,80	28,13	
36	Kristína Hostačná	ZŠ B.n.B.		9			1.94	10,94	27,40	
37	Kristína Ďubeková	ZŠsMŠ OP	5	3	3	5	2.56	18,56	27,18	
38	Barbora Triščová	ZŠ s MŠ Jarovnice	6	9	7	5	0	27,00	27,00	
39	Paulína Smolárová	GFGL		3		5	1.79	9,79	26,25	
40	Kristína Horňáková	ZŠ Močenok	9	7	9		0	25,00	25,00	
40	Simona Saparová	ZŠ Bud	5	3	0	4	0	12,00	25,00	
42	Pavol Šeliga	CZŠ Ž. Bosniakovej		5	4	5	0	14,00	24,00	
43	Marek Hlavatý	GJGT					0	0,00	23,00	
44	Viktória Matušňáková	ZŠsMŠ OP	5	3	4	5	2.58	19,58	22,12	
45	Boris Nurko	ZŠsMŠ	7	5	2	5	2.58	21,58	21,58	
46	Miriam Matajová	ZŠ Kva			1	8	3.65	12,65	19,98	
47	Nikola Janečková	ZŠ J. Alex			1	6	1.62	8,62	18,41	
48	Martin Majtán	ZŠ Holubyho					0	0,00	17,00	
49	Benjamín Toporka	ZŠ Hr			2	7	1.94	10,94	15,96	
50	Sophie Lezzani	CZŠ sv. Margity	5		3		3.36	11,36	15,85	
51	Roman Pásztor	ZŠ Baj					0	0,00	15,39	
52	Petra Ivančová	ZŠ Baj					0	0,00	15,00	
53	Timotej Štekláč	ZŠ AS	4	3	1	4	2.3	14,30	14,30	
53	Peter Francúz	GAB	4	2	2	4	2.3	14,30	14,30	
53	Jakub Francan	EvGymJAK	8			4	2.3	14,30	14,30	
56	Nikola Schvarczová	ZŠ Baj	1	6	0	5	0	12,00	14,00	
56	Vincent Uhliarik	SvG					0	0,00	14,00	
58	Oto Dokoupil	ZŠ AS	2	1	1	5	1.94	10,94	13,48	
59	Jozef Lenhart	ZŠ Div					0	0,00	13,20	
59	Adam Polaček	ZŠaMŠ Kom					0	0,00	13,20	
59	Adriána Čučková	GAB	6		1	4	2.2	13,20	13,20	
62	Kristína Gašperová	ZŠ AS	3		1	5	0	9,00	13,00	
63	Pavol Dendis	CZŠ Ž. Bosniakovej		1	0	5	2.7	8,70	10,23	
64	Jaroslav Kačmarčík	ZŠ Kva	0		0	*	0	0,00	10,05	

	Meno	Škola	Roč.	1	2	3	4	♡	Σ_2	Σ
65	Richard Babjak	ZŠ Brus.					0	0,00	9,00	
66	Terézia Širilová	ZŠ ZN					0	0,00	8,70	
67	Miroslav Dendis	CZŠ Ž. Bosniakovej			0	5	1.24	6,24	7,52	
68	Ján Letovanec	ZŠ Kulíšková					0	0,00	7,44	
68	Imro Karniš	ZŠ AS	0	0	1	5	1.44	7,44	7,44	
70	Denisa Furgaláková	ZŠ Kva					0	0,00	7,33	
71	Christián Kupči	G AV					0	0,00	7,00	
72	Simona Hánová	ZŠ Kva					0	0,00	6,24	
73	Lukáš Karas	CZŠ sv. Margity					0	0,00	5,92	
73	Alexander Glončák	ZŠ Kva					0	0,00	5,92	
73	Tereza Čiderová	G Starozagorská					0	0,00	5,92	
73	Alžbeta Marta Sulíková	CZŠ sv. Margity					0	0,00	5,92	
77	Mário Čendula	ZŠ Kva	0	0	1	0	0.28	1,28	5,07	
78	Michal Harazin	GĽŠ Zvolen					0	0,00	5,02	
78	Lucia Ďurčíková	ZŠ AS					0	0,00	5,02	
80	Sofia Szikorová	GĽŠ Zvolen					0	0,00	4,49	
80	Lenka Letovancová	ZŠ Kulíšková					0	0,00	4,49	
80	Karolína Fričová	ZŠ Kulíšková					0	0,00	4,49	
83	Jarmila Kramarčíková	ZŠaMŠ Kom					0	0,00	3,79	
84	Erik Komjati	ZŠ ĽŠ Šaľa					0	0,00	3,02	
84	Zdenko Lehotský	ZŠ ĽŠ Šaľa					0	0,00	3,02	
84	Martin Kňazovič	ZŠ ĽŠ Šaľa					0	0,00	3,02	
84	Soňa Tomalová	CZŠ JB LC					0	0,00	3,02	
84	Andrej Vašíček	CZŠ sv. Margity					0	0,00	3,02	
89	Kristián Slota	CZŠ Ž. Bosniakovej					0	0,00	3,00	
90	Janka Lenčéšová	ZŠ Močenok					0	0,00	2,00	
91	Boris Jánoš	ZŠ Kulíšková					0	0,00	1,53	
92	Martin Cesnak	ZŠ Kva					0	0,00	1,28	
93	Martin Bako	ZŠ Hr					0	0,00	1,00	
94	Daniela Grúňová	ZŠ Kva					0	0,00	0,00	
95	Milan Maršalka	ZŠ Kva					0	0,00	0,00	
96	Lukáš Žemla	CZŠ sv. Margity					0	0,00	0,00	
96	Andrea Teniaková	ZŠ Kva					0	0,00	0,00	