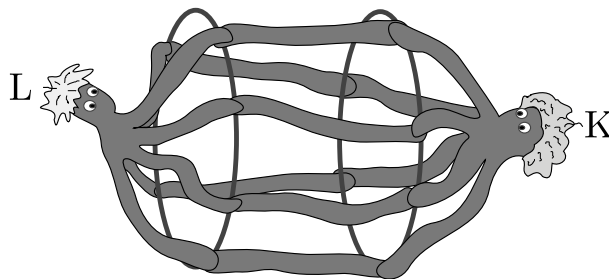


## Zadania 2. kola zimnej časti 2013/2014

Termín: 16. 12. 2013

### 2.1 Choboníky na schôdzke (9 bodov)

Chobotník Luxusko išiel na obchodné jednanie s chobotníkom Kaktuskom ohľadom pristrihnutia vrchného vlasu. Ako slušnosť káže, podali si pri predstavovaní choboty pomocou pomocných chápadiel. Choboty chobotníkov aj pomocné chápadlá majú odpor  $R$ . Luxusko aj Kaktuskove choboty sa dotýkajú vodivej obruče.

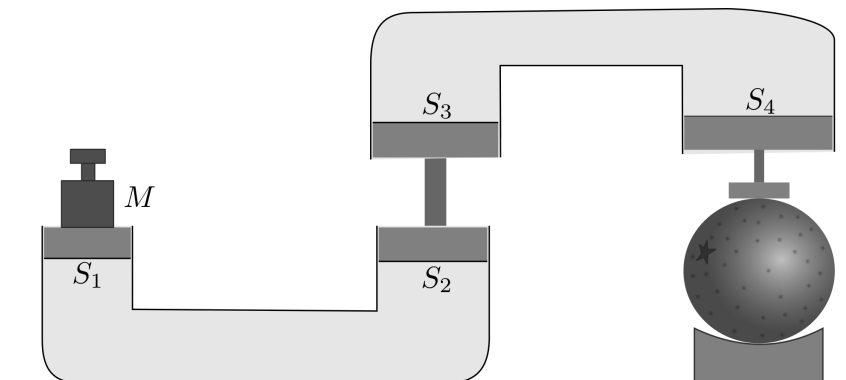


Obr. 1: Schéma zapojenia chobotníkov

Aký je odpor medzi vrchným vlasom Luxuska a Kaktuska?

### 2.2 Odšťavovač (9 bodov)

Čajka si povedala, že keď už je silná žena, tak si postaví silný hydraulický lis na pomarančový džús. A rovno kúpila dva a takto ich prepojila:



Obr. 2: Schéma lisu na pomaranče

Akou silou  $F$  pučí lis pomaranč piestom  $S_4$ , ak na piest  $S_1$  dá Čajka závažie s hmotnosťou  $M$ ? Piesty  $S_2$  a  $S_3$  sú pevne spojené. Plochy piestov sú  $S_1 = 100 \text{ cm}^2$ ,  $S_2 = 200 \text{ cm}^2$ ,  $S_3 = 300 \text{ cm}^2$ ,  $S_4 = 400 \text{ cm}^2$  a závažie váži  $M = 100 \text{ kg}$ ,  $g = 10 \text{ N/kg}$ . Predpokladajte, že z lisu nevytečie žiadna kvapalina.

Siedmimi bodmi oceníme číselný výsledok, ďalšie dva môžete získať za všeobecné vyjadrenie  $F$ .

### 2.3 Cereálie sajú (9 bodov)

Mišo raňajkuje cereálie a vždy ho zaujalo, že keď nasype cereálie do mlieka, po čase nasajú mlieko a ponoria sa. Pozrel sa na svoje raňajky a odhadol, že obsahujú  $N = 70$  guľičiek s polomerom  $R = 0,25 \text{ cm}$ . Keď ich nasype do mlieka suché, plávajú do polovice ponorené v mlieku s hustotou  $\rho = 1035 \text{ kg/m}^3$ . Aký objem mlieka nasajú jeho raňajky, kým sa všetky guľičky ponoria?

### 2.4 Dýchanie 24 hodín denne (9 bodov)

Kaťu zaujíma, koľko vzduchu prejde vašim nosom, ak ním dýchate, za 24 hodín. Namerajte túto hodnotu, ak predpokladáte, že celý deň dýchate tak, ako dýchate v pokoji.

### 2.5 Vyjadri to tetovaním! (9 bodov)

Andrej, Tina a Sysel si nechali vytetovať svoju obľúbenú rovnicu na hrud'. Ľala, tu sú aj s ich obľúbenými neznámymi:

a) Neznáma  $a$  a  $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

t) Neznáma  $t$  a  $m_1 c_1 (t_1 - t) = m_2 c_2 (t - t_2) + m_2 l_T$

s) Neznáma  $s$  a  $\frac{as + b}{c + ds} = (7 + e) \frac{1}{7 + f}$

Teraz si chcú urobiť tetovania na chrbát, kde z rovníc bude vyjadrená ich obľúbená neznáma. Pomôžte im, ako vyjadriť tú ich neznámu, a napíšte im aj celý postup, aby vám uverili.

### 2.6 Rozumné kladky (9 bodov)

Cez kladku máme prehodené lano, na ktorého koncoch sú oň uviazané dve závažia s hmotnosťami  $m$  a  $M$ . Teraz závažia pustíme a zaujíma nás, s akým zrýchlením bude zrýchľovať závažie s hmotnosťou  $M$ .

a)  $a = \frac{M + m}{M - m} g$

d)  $a = \frac{1}{3} \frac{m}{M} g$

b)  $a = \frac{Mm}{M + m} g$

e)  $a = (M + m) \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{m} \right) g$

c)  $a = \frac{1}{2} \frac{M - m}{M + m} g$

Ktoré z týchto výsledkov nemôžu byť dobre? Nezabudnite, že rozmer zrýchlenia  $a$  je rovnaký ako rozmer gravitačného zrýchlenia  $g$ .

## Seriál: Rozmýšľajme!

Milí riešitelia,

v minulom texte sme sa naučili, akými písmenami a číslami sa vo fyzike bežne stretávame, aké jednotky používame a prečo je dôležité tieto veci ovládať. Človek by povedal, že to príliš zaváňa matematikou. Na jednej strane je pravda, že bez matematiky by sa fyzika takmer neobišla, ale na druhej strane fyzika rozhodne nie je len o dosádzaní do vzorcov, ktoré vieme naspamäť. Vo fyzike vieme na veľa správnych záverov prísť tak, že použijeme len zdravý rozum.

Práve fyzika je úžasná v tom, že veľa vecí si vieme *predstaviť*, alebo ich vieme odporozovať z reálneho života. Narozdiel od matematiky, kde nevieme jednoducho povedať, či sa  $x$  rovná 5, vo fyzike vieme povedať, že rýchlosť vlaku rovná milimeter za storočie asi dobre vypočítaná nebude. Vieme totiž posúdiť, či má vzťah, ktorý sme niekde našli, alebo vypočítali, *fyzikálny zmysel*.

### Odhadovanie závislostí

Ak nám niekto naservíruje nejaký vzťah, o ktorom tvrdí, že je správny, tak si to vieme overiť, aj keď postup, akým k svojmu výsledku prišiel, je pre nás španielska dedina.

Prvá vec, nad ktorou sa môžeme zamyslieť je, od čoho tento vzťah závisí, alebo by závisieť mal. Ukážme si to na príklade zrýchleného pohybu: chceme zistiť, akú dráhu sme prešli za čas  $t$ . Rozum nám hovorí, že to určite nebude zrýchlenie vynásobené časom, a to rovno z dvoch dôvodov. Po prvé, takýto vzorec by nám nesedel jednotkovo. Po druhé, čím dlhšie zrýchľujeme, tým máme väčšiu rýchlosť. Nebude preto asi platiť, že za dvojnásobný čas prejdeme dvojnásobnú dráhu. Vo vzorci bude teda čas vystupovať vo vyššej mocnine (možno  $t^3$ , ktovie... ) alebo ako nejaká komplikovanejšia funkcia.

V niektorých prípadoch ale naopak vieme jasne povedať, na ktorých veličinách závisí náš hľadaný vzťah *lineárne*, teda v prvej mocnine. Pomôžeme si jednoduchým trikom – spýtame sa, čo by sa stalo, ak by sa táto veličina zdvojnásobila. Zdvojnásobí sa aj výsledná veličina? Ak áno, závislosť je s vysokou pravdepodobnosťou lineárna. Opäť príklad: niekto nám povedal, že vztlačková sila je závislá na objeme, ale v druhej mocnine. Môžeme takémuto tvrdeniu veriť?

Predstavme si, že si teda zoberieme nejaký predmet s objemom  $V$  a ponoríme ho do vody. Bude naň pôsobiť vztlačková sila  $F$ . Potom si zoberieme druhý takýto predmet a tiež ho ponoríme do vody, tj. bude naň pôsobiť rovnaká sila  $F$ . Nič nám nebráni predmety pod vodou zlepiť. Budú teda predstavovať jeden predmet s objemom  $2V$ , na ktorý pôsobí sila  $F + F = 2F$ . Krásna lineárna závislosť – vzťah s  $V^2$  teda určite neplatí. Vo všeobecnosti môžeme povedať, že ak vieme objekty takto podobne „sčítavať“, tak výsledný vzťah je vzhľadom na sčítanú veličinu lineárny.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ak sa chcete naučiť nové slovo, tak odborné tento trik nazývame princíp superpozície.

*Varovanie:* Niekedy sa aj intuícia môže pomýliť: asi by sme očakávali, že auto idúce rýchlosťou  $2v$  má dvojnásobnú pohybovú energiu oproti autu idúcemu rýchlosťou  $v$ . Takéto tvrdenie bohužiaľ neplatí. Prečo? Nie je pravda, že ak máme dve rovnaké autá idúce rýchlosťou  $v$ , tak ich zlepením dostaneme jedno auto idúce dvojnásobnou rýchlosťou. Naopak – dostaneme auto s dvojnásobnou hmotnosťou, ktoré ide rýchlosťou  $v$ . Čiže pohybová energia je lineárna práve v hmotnosti, ale nie v rýchlosti.

### Je to symetrické?

Veľa vecí vo fyzike sa deje symetricky, teda rovnako pre dva opačné pohľady. A platí, že symetrické deje musia spĺňať symetrické vzťahy.

Znova si to celé ukážeme na jednoduchom príklade, a to priemernej rýchlosti: chceme vypočítať priemernú rýchlosť  $v$ , ak sme čas  $t_1$  išli rýchlosťou  $u_1$  a druhú časť išli rýchlosťou  $u_2$  a to po dobu  $t_2$ . Tento príklad je symetrický v tom, že môžeme prehodiť poradie rýchlostí. Teda ak najskôr pôjdeme čas  $t_2$  rýchlosťou  $u_2$  a až potom čas  $t_1$  rýchlosťou  $u_1$ , tak by sme mali očakávať, že priemerná rýchlosť bude nezmenená, pretože prejdená dráha bude tak či tak rovnaká, rovnako ako celkový čas. Výsledný vzorec pre priemernú rýchlosť by mal teda spĺňať, že ak vymeníme  $u_1$  za  $u_2$  a  $t_1$  za  $t_2$ , tak so vzorcom to nič neurobí. Správny vzorec pre výpočet priemernej rýchlosti túto vlastnosť, čudujasvete, spĺňa:

$$v = \frac{u_1 t_1 + u_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{u_2 t_2 + u_1 t_1}{t_2 + t_1}$$

### Ohýbanie vzorcov cez latu

Začnime rovno príkladom. Pozrime sa na takýto vzťah:

$$E = \frac{1}{2} \frac{mM}{M+m} v^2$$

Vzorec udáva, akú energiu musí spáliť auto na lodi na to, aby sa voči nej pohybovalo rýchlosťou  $v$ . Hmotnosť auta je  $m$  a hmotnosť lode je  $M$ . Ako zistiť, či má tento vzorec vôbec zmysel? Musí sa zhodovať s našou skúsenosťou.

Je jasné, že rozdiel medzi idúcim autom na súši a lodi je ten, že okrem auta sa pohybuje aj loď. Vysvetlenia ponúkame hneď dve – na to, aby sa auto vôbec na lodi rozbehlo, musí sa pneumatikami zapierať do lode, čím ju určite (síce nebadane, ale predsa) roztláči. Druhý argument, prečo sa loď pohybuje, je zachovanie polohy ťažiska.<sup>2</sup>

S takýmto pohybom lode však veľké skúsenosti nemáme. Omnoho bližší je nám pohyb auta po súši, kedy bude energia pohybujúceho sa auta rovná známej hodote  $\frac{1}{2}mv^2$ .

Vidíme, že tento a náš problematický vzorec majú nejaké veci spoločné. To je ale jasné, pretože popisujú prakticky tú istú vec. Aj v prípade pohybu auta po súši musí platiť, že auto sa musí do Zeme zapierať. Avšak oproti autíčku a lodi má Zem omnoho (teda skoro nekonečno) krát väčšiu hmotnosť. Skúsme preto do nášho vzorca dosadiť za  $M$  nejaké

<sup>2</sup>Toto je už o trochu ťažší fyzikálny princíp, ale v skratke: zvonku na sústavu loď – auto nepôsobia žiadne sily, preto by malo ťažisko ostať v pokoji (alebo v rovnomernom priamočiaram pohybe).

obrovské číslo. Ako správni fyzici, v súčte  $M + m$  potom môžeme hmotnosť  $m$  zanedbať, pretože bude oproti  $M$  naozaj maličká. Tým pádom sa nám v čitateli a v menovateli sa hmotnosti Zeme vykrátia a tadá: dostávame známy jednoduchý vzorec! Ak by sme dostali niečo iné, náš zadaný vzorec by bohužiaľ správny nebol.

Takéto – a mnohé iné hrania sa so vzorcami nazývame skúmanie okrajových podmienok. Slúžia na odhalenie chýb: ak nám podobnou logickou úvahou vo vzorci vyjde nejaký nezmysel (napríklad, že raketa s nulovou hmotnosťou sa začne sama zavrtať do zeme), vzorec je pravdepodobne nesprávny. Okrem zmien hmotnosti si môžeme predstavovať nulové odpory, veľké polomery, všetky dĺžky rovné 1 meter a podobne. Predstavivosti sa medze nekladú.

### Odhady

Posledný spôsob, ako si nájsť vo svojich výpočtoch chybu, je odhad, približne aký veľký bude výsledok a porovnať ho znova s našimi skúsenosťami. Ak nám vyjde, že nejaká sústava bude v tiažovom poli zrýchľovať rýchlejšie ako je gravitačné zrýchlenie  $g$ , alebo rovina môže byť naklonená o 80 stupňov, tak takéto výsledky sú s veľmi veľkou pravdepodobnosťou nesprávne.

Popísali sme si teda 4 zaujímavé spôsoby, ako sa zamýšľať nad fyzikou bez toho, aby sme bezducho verili vzťahom, ktoré nám niekto strká pod nos. Takéto zamýšľanie je veľmi užitočné, preto je dôležité, aby ste si ho aspoň trochu osvojili. Ak budete niekedy v budúcnosti počítať úlohy do Ufa, spomeňte si, že ste práve spoznali veľmi silný prostriedok na odhaľovanie chýb. Volá sa váš rozum.