Fyzikálny korešpondenčný seminár
8. ročník, 2014/2015
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
e-mail: otazky@fks.sk web: http://ufo.fks.sk

Ahoj!

Sme študenti Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Prinášame Ti výnimočnú súťaž venovanú žiakom základných škôl, ktorých zaujíma svet okolo nás, takže veríme, že si jedným z nich.

Úlohy, ktoré práve držíš v rukách, od Teba nevyžadujú znalosti vzorcov alebo poučiek, ale tvorivý prístup a chuť zamyslieť sa nad zaujímavým problémom. Často bude úlohou zistiť, ako fungujú veci a zariadenia okolo nás, vyrobiť a vyskúšať fyzikálny experiment alebo podumať, prečo sa veci okolo nás dejú tak, ako sa dejú.

Takže ak aj nevynikáš znalosťami z fyziky, ale zaujíma Ťa svet okolo Teba a nebojíš sa roztočiť svoje mozgové závity, nečakaj s riešením už ani sekundu... A ako vlastne súťažiť?

Celé to prebieha korešpondenčnou formou. Riešenia týchto úloh (to znamená *celý postup* riešenia a vysvetlenie, nie len výsledok) nám pošli poštou do stanoveného termínu na adresu v hlavičke. My Tvoje riešenia opravíme, obodujeme a spolu so vzorovými riešeniami a novými úlohami Ti pošleme späť. Takto prebehnú do januára tri série súťaže, na základe ktorých súťaž vyhodnotíme.

Tých úplne najlepších odmeníme hodnotnými cenami a všetkých úspešných riešiteľov pozveme na sústredenie. Je to týždňová akcia, ktorá sa uskutoční v niektorej zo slovenských škôl v prírode. Popri prednáškach a seminároch venovaných fyzike na nej zažiješ skvelú zábavu, akčné hry, večery pri gitare, nechýbajú ani divadlá, noví kamaráti a zaujímavé zážitky. Hlavne však spoznáš skvelých ľudí! Ak aj fyzika nebola vždy Tvojou obľúbenou disciplínou, zistíš, že fyzici sú super.

Všetky informácie o UFO, debatu a fotky zo sústrediek (zatiaľ len z tých pre stredoškolákov) nájdeš na `http://ufo.fks.sk`, resp. `http://www.fks.sk/`.

Veľa zdaru Ti prajú Tvoji vedúci!

Ďakujeme sponzorom a podporovateľom seminára:

Pravidlá a postihy:

- Seminár je určený pre siedmakov, ôsmakov, deviatakov základných škôl a sekundánov, terciánov a kvartánov osemročných gymnázií.
- Cez jeden polrok má seminár 3 série. Všetky série majú po 6 príkladov (každý za 9 bodov), pričom z prvých piatich sa ti vždy zarátajú len 4 najlepšie vyriešené príklady a k nim sa ešte zaráta posledný príklad, ku ktorému máme študijný text – UFOčebnicu. Za sériu tak môžeš získať maximálne 45 bodov.
- Siedmaci (sekundáni) a ôsmaci (terciáni) sú zvýhodnení *bodovou prémiou* (kolonka bonus vo výsledkovej listine).[1]
- Riešenia môžeš posielať poštou alebo elektronicky. Ak posielaš riešenia poštou, pridrž sa nasledujúcich pravidiel:
  - každý príklad píš na *osobitný papier A4*, viacstranové riešenie zopni spinkou,
  - na každý papier napíš hore *hlavičku* s menom, triedou, školou a číslom príkladu,
  - ak riešiš prvýkrát, pošli aj vyplnenú návratku (nájdeš ju na ďalšej strane).

  Viac informácií k elektronickým riešeniam nájdeš na stránke (`http://ufo.fks.sk`) pod sekciou e-riešenia.

☠ Úlohy rieš samostatne! Za odpisovanie strhávame body a sme agresívni.

☠ Príklady posielaj načas! Rozhoduje *termín odoslania* riešení. Riešenia ti avšak zoberieme aj deň po termíne, ale započítaných ti bude len 75% získaných bodov. Výnimočné prípady riešime individuálne.

Ako získavať veľa bodov?

Ako v mnohých iných súťažiach, aj tu platí jednoduchá zásada – písať všetko, čo o príklade vieš. Teda, aj keď nevieš celé riešenie, oplatí sa písať časti riešenia, názory, postrehy, pokusy. Keď chceš vidieť, ako má vyzerať riešenie, pozri sa na tento dokument `http://ufo.fks.sk/vzor.pdf`.

Nemaj strach poslať iba niekoľko úloh. Iba málokto vypočíta všetky úlohy a dobre umiestniť sa dá aj s bodmi za menej úloh.

Píš čitateľne a tvoje riešenia budú opravené. Píš nečitateľne a tvoje riešenia budú tiež opravené. Ale predsa by si nás nechcel týrať.

Ak sa ti nepáči, ako bol príklad obodovaný, pripíš naň rozumný argument, prečo si myslíš že je hodný viac bodov a pošli späť. Opravovateľ sa zamyslí a možno aj preboduje.

Pokiaľ nepochopíš presne zadanie príkladu, môžeš sa e-mailom pýtať na podrobnosti. Pokiaľ máš prístup k internetu, oplatí sa tiež sledovať debatu zverejnenú na našej stránke

[1] Prémia má výšku $0{,}015 \cdot D \cdot (M - D)$ bodov pre siedmakov a $0{,}008 \cdot D \cdot (M - D)$ bodov pre ôsmakov, kde D je dosiahnutý počet bodov a M je maximálny možný počet bodov v sérii.

(`http://ufo.fks.sk`) Pokiaľ by bola v príklade nejaká vážnejšia nejasnosť, nebodaj chyba v zadaní, na debate sa zjaví opravené zadanie príkladu.

A hlavne, nenechávaj si príklady na poslednú chvíľu. Skúsenosti potvrdzujú, že za menej ako posledné dve chvíle sa UFO vyriešiť nedá.

Riešiť UFO?

+ Spoznáš skvelých ľudí.
+ Naberieš dačo do hlavy.
+ Dostaneš sa na sústredko.
+ Časom môžeš plynule prejsť na stredoškolské kategórie nášho seminára.

– Po sústredku ti bude smutno, že bolo také krátke.
– Nebudeš môcť spávať od nedočkavosti, kedy ti príde opravená séria.

Návratka riešiteľa

(nutné poslať spolu s riešeniami, ak riešite prvýkrát)

Vyplňte **čitateľne** paličkovým písmom!

Meno a priezvisko: ________________ Trieda: ________________

Adresa domov a PSČ: ________________________________

Adresa do školy a PSČ: ________________________________

Telefón rodiča (aj predvoľba): ____________________________

Dátum narodenia: ________________________________

E-mail: ______________________________________

Zadania 1. kola letnej časti 2014/2015

Termín: 23. 02. 2015

1.1 Moreplavci a piráti (9 bodov)

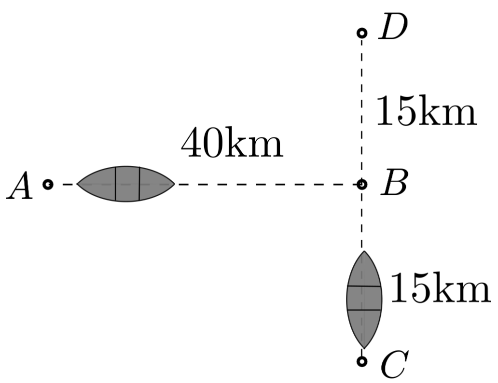
Skúsený pirát Žaba sa plaví po mori. Doteraz každý, kto sa k nemu priblížil bližsie, ako na 10 km, bol olúpený, lebo to pirát Žaba považoval za útok na jeho majestátny poklad, ktorý má na lodi. Ostatných milosrdne necháva plaviť sa ďalej.

Mladá moreplavkyňa Čajka sa chce na svojom korábe plaviť z mesta C do mesta D, no od zvedov zistila, že pirát Žaba sa práve teraz nachádza v bode A a mieri na východ k majáku B. Odtiaľ to chce stočiť smerom na juh k mestu C. Čajka navyše vie, že pirátska ľoď sa plaví rýchlosťou 20 km/h a jej ľoď sa bude plaviť rýchlosťou 15 km/h.

Vzdialenosť z mesta C do mesta D je 30 km a maják B je presne v strede medzi týmito dvoma mestami. Bod A je 40 km na západ od majáku B.

Nakreslite graf závislosti vzájomnej vzdialenosti Čajkinej a Žabovej lode od času. Následne pomocou grafu určte, ako najbližšie sa Čajkina loď dostane k Žabovej. Podarí sa moreplavkyni Čajke preplávať bez toho, aby ju pirát Žaba olúpil?

Veľkosti korábov (lodí) zanedbajte.

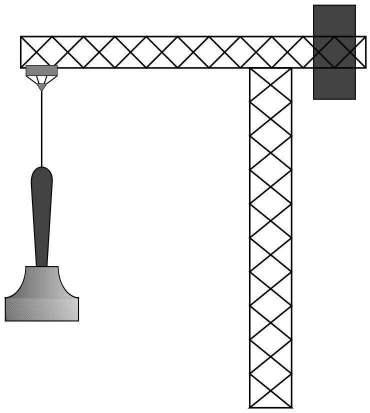


Obr. 1: Situácia na mori, uhly $\measuredangle ABC$ a $\measuredangle ABD$ sú pravé

1.2 Zdatný robotník (9 bodov)

Jerguš si ako malý staval žeriavy, ktoré namiesto háku mali na ramenách pripojené záchodové zvony. Vždy ho zaujímalo, akú hmotnosť dokáže žeriav zdvihnúť v závislosti od polomeru použitého zvona. Vypočítajte to! Prepokladajte, že Jerguš v každom zvone dokáže vytvoriť podtlak Δp.[2] Dĺžka ramena žeriavu, na ktorom visí zvon, je a. Zvon visí z vlečného vozíka (mačky), ktorý sa dokáže hýbať pozdĺž ramena, nemôže sa však k veži priblížiť bližšie, ako $a/4$ (môžete predpokladať, že polomer zvona bude vždy menší ako táto vzdialenosť, teda zvon nebude narážať do veže). Dĺžka druhého ramena, na ktorom visí protiváha s hmotnosťou M, je b. Ukotvenie žeriavu v zemi mu umožňuje stáť, ak je moment sily vzhľadom na najvrchnejší bod veže menší, než $\frac{3Mgb}{2}$ (kde g je gravitačné zrýchlenie). Hmotnosť konštrukcie žeriavu (okrem protiváhy) môžete zanedbať.

[2] To znamená, že v zvone je tlak vzduchu o Δp menší, ako je okolitý tlak.



Obr. 2: Jergušov žeriav

1.3 Ako to ohriať? (9 bodov)

Predstavte si, že idete na výlet s Jančim a chcete si tam uvariť 1 liter polievky. Čo na to potrebujete? No predsa niečo, na čom si ju uvaríte! Janči vám povedal, že máte zobrať taký zdroj energie, ktorý bude ľahký, no zároveň z neho získate veľa tepla. Na výber máte: propánbutánovú bombu, autobatériu a upravenú dvojplatiničku, čierne uhlie, benzín a nakoniec balóniky naplnené vodíkom. Pre každý zdroj určte jeho výhrevnosť a odhadnite, akú veľkú hmotnosť si potrebujete so sebou zobrať na uvarenie 1 litra polievky.

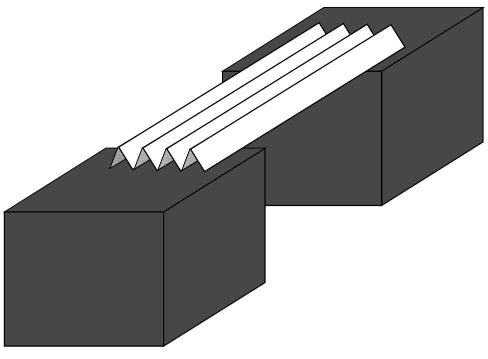
Na základe toho sa rozhodnite, ktorý zdroj energie si zoberiete na výlet. Nezabudnite konkrétne hodnoty výhrevností a hmotností uviesť vo svojom riešení.

1.4 Staviame mosty (9 bodov)

Keď bol Maťko malý, chcel sa stať architektom mostov a rád si ich staval z papiera. Keďže ale nebol veľmi kreatívny, jediné, na čo sa zmohol, bolo vytvárať z jedného papiera veľkosti A4 harmoniku s rôznym počtom „zubov“ (ako na obrázku 3). Zistite, ako závisí nosnosť mosta v strede od počtu zubov. Na vytvorenie mosta použite vždy celý papier A4.

Papier vždy zaohýbajte pozdĺž jeho dlhšej strany. Na prichytenie mosta na okrajoch môžete použiť napríklad nejaké pevné a ťažké predmety, ktoré položíte vedľa zubov tak, aby zabránili roztváraniu zubov na okrajoch papiera, poprípade použiť malé množstvo lepiacej pásky.

Ako závažia môžete použiť keksíky alebo iné sladkosti, tie majú totiž výrobcami dobre definované hmotnosti.



Obr. 3: Harmonikový most

1.5 PoHa (9 bodov)

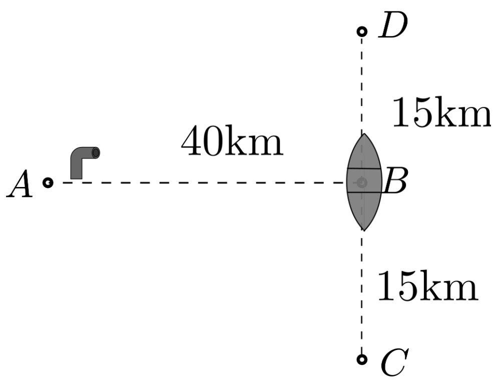
Samo a Poli sa rozhodli, že z nich budú podnikatelia. V rámci prieskumu výnosov zvažovali aj vstup do pukancového biznisu. Preto rozmýšľali, koľko pukancov sa zje v slovenských kinách za jeden rok. Skúste to odhadnúť.

1.6 Moreplavci a podvodníci (9 bodov)

Zdá sa vám obrázok povedomý? Skúsený pirát Žaba sa znovu plaví po mori. Od vtedy, čo sa mu dlho nedarilo olúpiť mladú moreplavkyňu Čajku, sa už trochu poučil a vymenil svoju pirátsku loď za pirátsku ponorku. Čajka ju nemá šancu zbadať, a tak sa bude plaviť rovno, akoby sa nechumelilo. Pre Čajku už zosnoval ukrutný plán pomsty. Ak nebude mať jej poklad on, tak ho nebude mať ani ona a jej loď potopí torpédom vystreleným z útrob jeho ponorky.

Čajka sa teraz nachádza pri majáku v bode B, jej loď má rýchlosť $10\,\mathrm{m/s}$ a pláva smerom do mesta D. Žabova ponorka sa nachádza v bode A, má rýchlosť $8\,\mathrm{m/s}$ a pláva priamo smerom k majáku v bode B. Keďže Žaba nebol nikdy žiadny veľký fyzik, má problém určiť, ako má to torpédo vlastne vystreliť. Pomôžte mu s nasledujúcimi úlohami.

- Zistite a zakreslite všetky smery (vo vhodnej vzťažnej sústave), ktorými môže vystreliť torpédo nejakou vhodnou rýchlosťou tak, aby trafilo Čajkinu loď.
- Akú najmenšiu rýchlosť môže mať torpédo (vzhľadom na loď) a stále pritom zasiahnuť loď? Na vystrelenie torpéda veľkou rýchlosťou totiž treba peniaze na lepšie delo, a Žaba chce čo najviac ušetriť.



Obr. 4: Situácia na mori, uhly $\measuredangle ABC$ a $\measuredangle ABD$ sú pravé

UFOčebnica: Vzťažné sústavy

Milí riešitelia!

Aj v letných sériách vám budeme prinášať UFOčebnice, krátke učebné texty, vďaka ktorým by vaša cesta ku kariére fyzika mala byť o čosi kratšia a jednoduchšia ;-). V nasledujúcom texte bližšie sa bližšie pozrieme na vzťažné sústavy.

Čo je to vzťažná sústava?

Fyzici často potrebujú určiť polohu alebo rýchlosť nejakých telies. Na prvý pohľad naozaj jednoduché, ale nie je tomu naozaj tak. Pozorný fyzik sa musí vždy opýtať, voči čomu je poloha telies určená. Odpoveď na túto otázku nájdeme ľahko, stačí si uvedomiť, ktorému bodu v našom spôsobe priraďovania polohy priradíme nulu.[3] Takýto bod nazvývame *referenčným* bodom.

Polohu všetkých telies potom musíme popisovať *vzhľadom* na tento bod. Na jednoznačný popis polohy musíme okolo referenšného bodu vybudovať nejakú *sústavu súradnic*. Poznáme mnoho rôznych sústav súradníc, no my si v tomto dieli (a na základnej škole) vystačíme s *karteziánskou* sústavou súradníc. Stretli ste sa s ňou pravdepodobne už aj v škole (alebo v minulej UFOčebnici). Každý bod je v nej jednoznačne popísaný dvojicou súradníc $[x, y]$, ktoré značia polohu na dvoch navzájom *kolmých* osiach.

No nedá nám nespomenúť, že existujú aj iné sústavy súradníc, ktoré častokrát „zjednodušujú život“ pre rôzne symetrické situácie – napríklad pohyb po kružnici je veľmi pohodlné opisovať v tzv. *polárnych* súradniciach. V tejto sústave je každý bod popísaný dvojicou súradníc (r, φ), teda vzdialenosťou od počiatku a uhlom, ktorý zviera táto vzdialenosť a nejaký, vopred dohodnutý smer.

Zjednodušene si to vieme predstaviť takto: zvoľme si za referenčný bod Bratislavu. Voči nej je Trenčín vzdialený 60 km na východ a ešte 70 km na sever (karteziánske súradnice). Alebo môžeme povedať, že je vzdialený 90 km, a to severovýchodne (polárne súradnice).

Pod pojmom „vzťažná sústava“ budeme teda myslieť na nejaký, pevne zvolený referenčný bod a k nemu pripojenú súradnicovú sústavu.

Rôzne vzťažné sústavy a presun medzi nimi

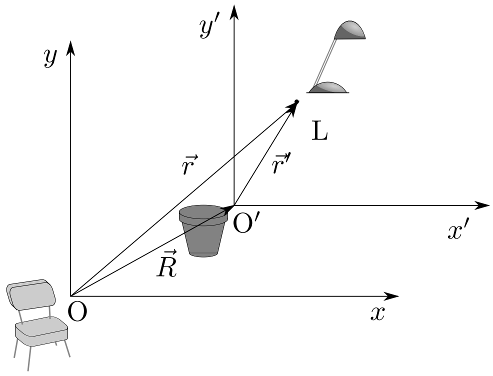
Ak určíme súradnice nášho obľúbeného bodu v nejakej vzťažnej sústave, každý fyzik na Zemi, a aj všetci ufóni v UFO budú presne vedieť, kde sa náš bod nachádza. Ak k súradniciam polohy pridáme aj rýchlosti v x-ovom a y-ovom smere, budeme vedieť kompletne popísať pohyb nášho bodu. Takže získame priestor, v ktorom môžeme riešiť fyzikálne problémy (napríklad, ako sa zmení x-ová rýchlosť, ak bude náš bod prechádzať magnetickým poľom?). Tušíte problém? Ak nie, my áno. Na voľbe vzťažnej sústavy totiž závisí to, ako komplikovane bude náš problém vyzerať. Našťastie, často existujú sústavy, kde aj zdanlivo komplikované javy sú popísane úplne jednoducho. Spomínaný problém spočíva v tom, že túto „správnu“ sústavu treba nájsť. A keď ju nájdeme, musíme do nej prepočítať polohy a rýchlosti z našej sústavy. Na nasledujúcich riadkoch sa dozviete, ako na to.

Predstavme si, že do stredu izby položíme stoličku (bod O) a voči nej budeme popisovať pozície všetkých ostatných telies. Vzťažnú sústavu spojenú so stoličkou (takto sa tomu odborne hovorí) budeme volať S. Do miestnosti umiestnime aj kvetináč do bodu O' a pozície ostatných telies budeme merať aj voči nemu. Takto vytvoríme druhú vzťažnú sústavu, ktorú budeme volať K. Pozíciu lampy na stole (bod L) vieme určiť vzhľadom na stoličku aj kvetináč. Povedzme, že od stoličky k lampe sa vieme presunúť pomocou

[3] Fyzici, ktorí chcu vyzerať múdro, hovoria o *nulovom vektore*. To v našom trojdimenzionálnom priestore znamená nulovú výšku, dĺžku a hĺbku.

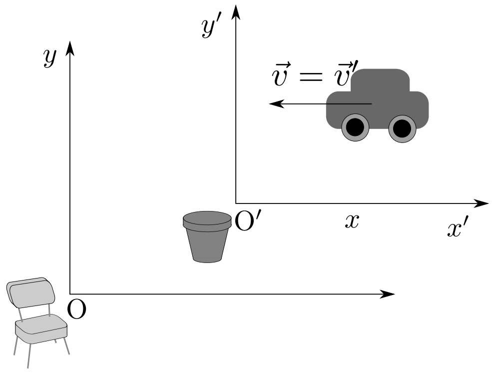
vektoru $\vec{r}$. [4] Takýto istý presun vieme urobiť aj v dvoch krokoch. Najprv sa posunieme pomocou $\vec{R}$ od stoličky ku kvetináču, a potom od kvetináču k lampe po $\vec{r}'$. Teda môžeme povedať, že *polohový vektor* lampy v sústave stoličky je súčet polohových vektorov kvetináča v sústave stoličky a stoličky v sústave kvetináča.[5] Matematicky vieme tento poznatok napísať pomocou vektorov

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}' \,.$$



Obr. 5: Sčítavanie posunutí

Všimnime si, že ak sa pozícia O' (kvetináča) voči O (stoličke) nemení, tak je rýchlosť nejakého pohybujúceho sa autíčka rovnaká v oboch sústavách $v = v'$.



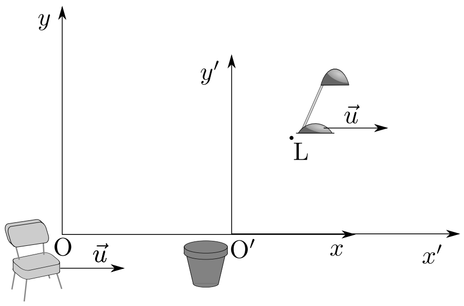
Obr. 6: Z pohľadu oboch sústav je rýchlosť autíčka rovnaká

Čo ak sa bude kvetináč pohybovať konštantnou rýchlosťou u po priamke rovnobežne s osou súradnicovej sústavy S smerom k stoličke? Predpokladajme, že všetky ostatné predmety v sústave stoličky stoja. Však, prečo by sa aj hýbali. Z pohľadu kvetináča alebo skôr trpaslíka, ktorý stojí na kvetináči, sa ale všetky predmety v miestnost hýbu.

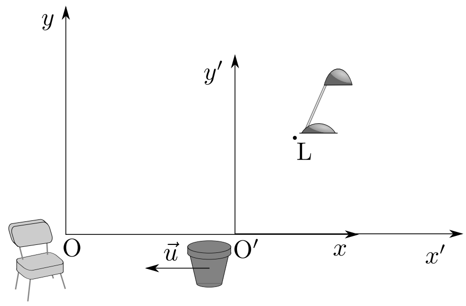
[4] Vektor, to je vlastne matematická šípka, ktorá vždy vyjadruje *posunutie* z jedného bodu do druhého. Rovnako ako bod, aj vektor má dve súradnice. Tie ale hovoria o tom, o koľko daný vektor posúva. Takže, ak máme bod $a = (1, 2)$, pomocou vektoru $\vec{u} = (3, 4)$ sa z bodu a posunieme do bodu $b = ((1 + 3), (2 + 4)) = (4, 6)$.

[5] Túto vetu si prečítajte pomaly a viackrát po sebe. Sľubujeme, že na tretíkrát vám to už bude jasné.

Premyslite si akou rýchlosťou. My vám iba prezradíme, že stolička sa pohybuje rýchlosťou u smerom ku kvetináču a z pohľadu trpaslíka kvetináč samotný stojí.



Obr. 7: Situácia z pohľadu sústavy kvetináča

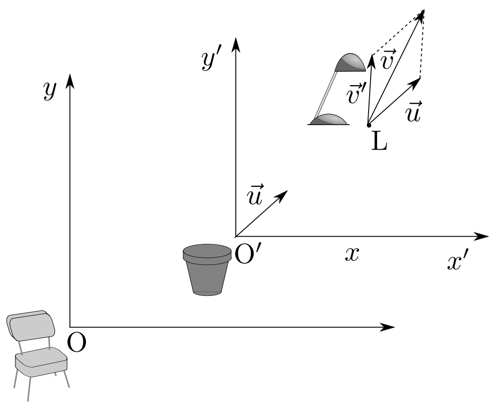


Obr. 8: Situácia z pohľadu sústavy stoličky

Opäť uvážme autíčko, ktoré sa pohybuje rýchlosťou v v sústave stoličky. V sústave pohybujúceho sa kvetináča by malo toto autíčko rýchlosť v', ktorá by bola rovná súčtu (rozdielu) rýchlosti v a rýchlosti u, ktorou sa stolička približuje (odďaľuje) ku kvetináču. Univerzálne vieme tento poznatok zapísať vektorovo

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}' \,.$$

Pomocou tejto rovnice vieme zovšeobecniť prechody medzi vzťažnými sústavami, ktoré sa voči sebe nepohybujú po priamke. Kľudne môžeme zobrať úplne ľubovoľný vektor rýchlosti $\vec{u}$. Pripomíname, že narábanie s polohovými vektormi, prípadne vektormi rýchlosti, je úplne rovnaké ako s hocijakými inými vektormi (teda napríklad vektormi síl, ktoré poznáte z minulých dielov UFOčebnice).



Obr. 9: Sčítavanie rýchlostí

Sily v rôznych vzťažných sústavách

Sústavy, ktoré jedna voči druhej stojí alebo sa pohybuje konštatnou rýchlosťou po priamke nazývame odborne *inerciálne* vzťažné sústavy. Existujú aj iné vzťažné sústavy, ktoré nie sú *inerciálne*. Príkladom sú sústavy, kde sa jedna voči druhej pohybuje zrýchlene alebo sa voči sebe otáčajú.

Vo všetkých inerciálnych sústavách pôsobia rovnaké sily a „fyzika“ sa v nich nemení. To znamená, že všetky sú rovnako „dobré“. Ak by sme sa nachádzali v nejakej neinerciálnej vzťažnej sústave, tak by sme to už rozlíšiť vedeli, pretože v neinerciálnych sústavách vznikajú takzvané *zotrvačné sily*. Príkladom je pohyb na kolotoči, kedy jasne cítime, občas hlavne náš žalúdok, silu, ktorá sa nás snaží s kolotoča vyhodiť. Bližšie sa s neinerciálnymi sústavami zoznámite na strednej škole.

Ak by ste sa chceli pochváliť v škole, hore uvedeným vzťahom pre prechody medzi interciálnymi vzťažnými sústavami hovoríme odborne *Galileove transformácie* (áno, vymyslel ich ten Galilei).

Príklad na záver

Zadanie Na tenisovú raketu nalietava loptička rýchlosťou v, tenisová raketa má rýchlosť u. Aká bude rýchlosť loptičky po odraze od rakety? Predpokladajme, že pri odraze loptičky od stojacej rakety sa veľkosť rýchlosti loptičky nezmení (zmení sa len jej smer).

Riešenie Nebudeme vás dlho napínať a rovno prezradíme odpoveď. Rýchlosť po odraze bude $v + 2u$. Prečo?

Pozrime sa na celú situáciu v sústave spojenej s raketou. V tejto sústave sa raketa nepohybuje, preto bude podľa zadania platiť, že veľkosť rýchlosti loptičky (v tejto sústave) sa po odraze nezmení. Rýchlosť loptičky voči rakete je $v + u$, takže rovnakú rýchlosť bude mať aj po odraze. No nesmieme zabúdať, že zo sústavy spojenej s raketou sa musíme vrátiť do sústavy spojenej so zemou. V nej sa raketa pohybuje rýchlosťou u. Takže, ak sa odrazená loptička vzďaľuje od rakety rýchlosťou $v + u$, voči zemi sa bude pohybovať rýchlosťou $(v + u) + u = v + 2u$.