Fyzikálny korešpondenčný seminár
8. ročník, 2014/2015
UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
e-mail: `otazky@fks.sk` web: `http://ufo.fks.sk`

Ahoj!

Sme študenti Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Prinášame Ti výnimočnú súťaž venovanú žiakom základných škôl, ktorých zaujíma svet okolo nás, takže veríme, že si jedným z nich.

Úlohy, ktoré práve držíš v rukách, od Teba nevyžadujú znalosti vzorcov alebo pravidiel, ale tvorivý prístup a chuť zamyslieť sa nad zaujímavým problémom. Často bude úlohou zistiť, ako fungujú veci a zariadenia okolo nás, vyrobiť a vyskúšať fyzikálny experiment alebo podumať, prečo sa veci okolo nás dejú tak, ako sa dejú.

Takže ak aj nevynikáš znalosťami z fyziky, ale zaujíma Ťa svet okolo Teba a nebojíš sa roztočiť svoje mozgové závity, nečakaj s riešením už ani sekundu... A ako vlastne súťažiť?

Celé to prebieha korešpondenčnou formou. Riešenia týchto úloh (to znamená *celý postup* riešenia a vysvetlenie, nie len výsledok) nám pošli poštou do stanoveného termínu na adresu v hlavičke. My Tvoje riešenia opravíme, obodujeme a spolu so vzorovými riešeniami a novými úlohami Ti pošleme späť. Takto prebehnú do januára tri série súťaže, na základe ktorých súťaž vyhodnotíme.

Tých úplne najlepších odmeníme hodnotnými cenami a všetkých úspešných riešiteľov pozveme na sústredenie. Je to týždňová akcia, ktorá sa uskutoční v niektorej zo slovenských škôl v prírode. Popri prednáškach a seminároch venovaných fyzike na nej zažiješ skvelú zábavu, akčné hry, večery pri gitare, nechýbajú ani divadlá, noví kamaráti a zaujímavé zážitky. Hlavne však spoznáš skvelých ľudí! Ak aj fyzika nebola vždy Tvojou obľúbenou disciplínou, zistíš, že fyzici sú super.

Všetky informácie o UFO, debatu a fotky zo sústrediek (zatiaľ len z tých pre stredoškolákov) nájdeš na `http://ufo.fks.sk`, resp. `http://www.fks.sk/`.

Veľa zdaru Ti prajú Tvoji vedúci!

Seminár podporujú:
iuventa

Pravidlá a postihy:

- Seminár je určený pre siedmakov, ôsmakov, deviatakov základných škôl a sekundánov, terciánov a kvartánov osemročných gymnázií.
- Cez jeden polrok má seminár 3 série. Všetky série majú po 6 príkladov (každý za 9 bodov), pričom z prvých piatich sa ti vždy zarátajú len 4 najlepšie vyriešené príklady a k nim sa ešte zaráta posledný príklad, ku ktorému máme študijný text – UFOčebnicu. Za sériu tak môžeš získať maximálne 45 bodov.
- Siedmaci (sekundáni) a ôsmaci (terciáni) sú zvýhodnení *bodovou prémiou* (kolonka bonus vo výsledkovej listine). [1]
- Riešenia môžeš posielať poštou alebo elektronicky. Ak posielaš riešenia poštou, pridrž sa nasledujúcich pravidiel:
  - každý príklad píš na *osobitný papier A4*, viacstranové riešenie zopni spinkou,
  - na každý papier napíš hore *hlavičku* s menom, triedou, školou a číslom príkladu,
  - ak riešiš prvýkrát, pošli aj vyplnenú návratku (nájdeš ju na ďalšej strane).

  Viac informácií k elektronickým riešeniam nájdeš na stránke (`http://ufo.fks.sk`) pod sekciou e-riešenia.

☠ Úlohy rieš samostatne! Za odpisovanie strhávame body a sme agresívni.

☠ Príklady posielaj načas! Rozhoduje *termín odoslania* riešení. Riešenia ti avšak zoberieme aj deň po termíne, ale započítaných ti bude len 75% získaných bodov. Výnimočné prípady riešime individuálne.

Ako získavať veľa bodov?

Ako v mnohých iných súťažiach, aj tu platí jednoduchá zásada – písať všetko, čo o príklade vieš. Teda, aj keď nevieš celé riešenie, oplatí sa písať časti riešenia, názory, postrehy, pokusy. Keď chceš vidieť, ako má vyzerať riešenie, pozri sa na tento dokument `http://ufo.fks.sk/vzor.pdf`.

Nemaj strach poslať iba niekoľko úloh. Iba málokto vypočíta všetky úlohy a dobre umiestniť sa dá aj s bodmi za menej úloh.

Píš čitateľne a tvoje riešenia budú opravené. Píš nečitateľne a tvoje riešenia budú tiež opravené. Ale predsa by si nás nechcel týrať.

Ak sa ti nepáči, ako bol príklad obodovaný, pripíš naň rozumný argument, prečo si myslíš že je hodný viac bodov a pošli späť. Opravovateľ sa zamyslí a možno aj preboduje.

Pokiaľ nepochopíš presne zadanie príkladu, môžeš sa e-mailom pýtať na podrobnosti. Pokiaľ máš prístup k internetu, oplatí sa tiež sledovať debatu zverejnenú na našej stránke

[1] Prémia má výšku $0{,}015 \cdot D \cdot (M - D)$ bodov pre siedmakov a $0{,}008 \cdot D \cdot (M - D)$ bodov pre ôsmakov, kde D je dosiahnutý počet bodov a M je maximálny možný počet bodov v sérii.

(`http://ufo.fks.sk`) Pokiaľ by bola v príklade nejaká vážnejšia nejasnosť, nebodaj chyba v zadaní, na debate sa zjaví opravené zadanie príkladu.

A hlavne, nenechávaj si príklady na poslednú chvíľu. Skúsenosti potvrdzujú, že za menej ako posledné dve chvíle sa UFO vyriešiť nedá.

Riešiť UFO?

+ Spoznáš skvelých ľudí.
+ Naberieš dačo do hlavy.
+ Dostaneš sa na sústredko.
+ Časom môžeš plynule prejsť na stredoškolské kategórie nášho seminára.

− Po sústredku ti bude smutno, že bolo také krátke.

− Nebudeš môcť spávať od nedočkavosti, kedy ti príde opravená séria.

.... ✂ ....

Návratka riešiteľa

(nutné poslať spolu s riešeniami, ak riešite prvýkrát)

Vyplňte **čitateľne** paličkovým písmom!

Meno a priezvisko: ________________ Trieda: ________________

Adresa domov a PSČ: ________________________________

Adresa do školy a PSČ: ________________________________

Telefón rodiča (aj predvoľba): ________________________________

Dátum narodenia: ________________________________

E-mail: ________________________________

Zadania 1. kola zimnej časti 2014/2015

Termín: 29. 09. 2014

1.1 Budík, budíček [2] (9 bodov)

Jurko si nastavoval budík na mobil. A každé ráno meškal do školy, lebo si ho odložil o päť minút aspoň desaťkrát. Ale s tým je teraz koniec. Na narodeniny dostal pekelne presný starý ručičkový budík, ktorý príšerne drnčí a budenie sa odložiť nedá. Prvá vec, ktorú si ráno počas rinčania na budíku všimol, boli ručičky. Minútová bola presne kolmá na hodinovú.

Kedy sa Jurko mohol zobudiť na rinčanie budíka? Nájdite všetky časy, kedy budú ešte ručičky zvierať uhol 90°. Koľko ich bude za deň?

1.2 Mliečko vo fľaši (9 bodov)

Mama balieva Enke na desiatu vianočku s maslom a medom a na pitie jej dáva domáce mliečko. Mlieko jej vždy naleje do sklenenej fľaše ešte kým je horúce, a potom ho s ľahkosťou uzavrie. Avšak keď sa chce Enka v škole už vychladnutého mliečka napiť, nie a nie otvoriť fľašu, a tak si musí volať na pomoc siláka Aďa. Ten sa ako skúsený fyzik zamyslel a prišiel na to, prečo má Enka problém s otváraním fľaše. No nepovedal jej to, aby na ňu mohol robiť naďalej dojem. Tak jej teda vysvetlite aspoň vy, prečo jej nejde otvoriť fľašu s mliečkom.

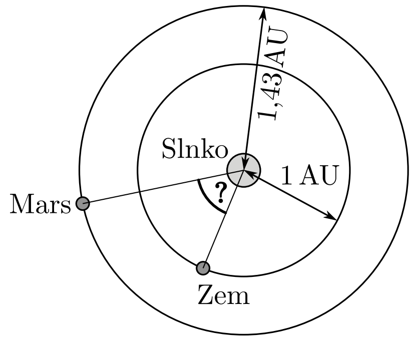
1.3 Fúúúúúúú (9 bodov)

Zaujímalo vás niekedy, akou rýchlosťou lieta vyfukujúci sa balón? Áno? Tak to sme na jednej vlne. Natiahnite si vodorovne lanko pozdĺž celej miestnosti a navlečte naň kúsok slamky. Na slamku pripevnite balón a nafúkajte ho. Potom ho pustite, nechajte ho letieť a zmerajte jeho priemernú rýchlosť. Experiment opakujete aspoň 10-krát, fotograficky ho zdokumentujte a napíšte, kde mohli nastať chyby.

1.4 Vesmírna (9 bodov)

Jerguša prepadli v spánku Marťania. Šteklili ho, zjedli mu všetku čokoládu a ešte mu aj povedali, že zajtra dôjdu zas. Postavil si teda kanón, ktorým bude ostreľovať Mars cez deň. Na navigáciu striel ale potrebuje vedieť uhol Zem – Slnko – Mars. Ku kanónu postavil aj rádiosatelit a odoslal rádiovú vlnu smerom na Mars o 11:45 a išiel si uvariť špagety. Za pár minút, teda o 12:02 mu satelit zapípal, že zaznamenal odrazený jeho signál od Marsu. Jerguš do seba vtiahol poslednú špagetu a zistil, že netuší, ako z týchto údajov zistiť potrebný uhol. Viete ho určiť vy? Kľudne si pomôžte rysovaním.

[2] `http://youtu.be/Cj0ZCrKwqHY`



Obr. 1: Zem a Mars na svojich obežných dráhach okolo Slnka

Polomer dráhy Zeme je 1 AU, polomer dráhy Marsu je 1,43 AU. Jedna astronomická jednotka (AU) je 150 miliónov kilometrov. Predpokladajte, že dráhy planét ležia v jednej rovine, sú kruhové a planéty sa počas Jergušovho merania pohnú o zanedbateľnú vzdialenosť. Rýchlosť rádiových vĺn je rýchlosť svetla, teda 300 000 km/s.

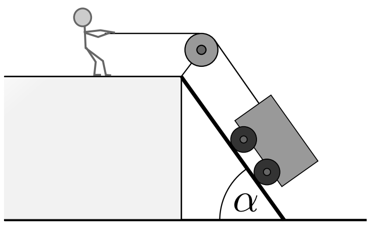
1.5 Utopená nafukovačka (9 bodov)

Dušanovi bolo raz teplo, a tak sa išiel kúpať. Požičal si od Janky nafukovačku a čľup do vodičky. No zistil, že je mu smutno, tak zavolal Tinke a tá sa k nemu pripojila spolu s Tinou, Baklažánom a Dendou. Teraz by ich ale zaujímalo, či ich nafukovačka udrží.

Vypočítajte, koľko najviac ľudí udrží nafukovačka tak, aby sa ešte celá neponorila do vody. Potrebné hodnoty, ako napríklad objem vzduchu v nafukovačke, odhadnite.

1.6 Ťažká práca (9 bodov)

Keď bol raz Samo v bani, skúsil si ťažkú prácu baníkov. Do ruky dostal lano a za úlohu vytiahnuť banský vozík hore rampou. Aby sa lano neroztrhlo, na vrchole rampy prechádzalo kladkou.



Obr. 2: Samko ťahá vozík po rampe

a) Akou vodorovnou silou F musí Samo ťahať lano, aby sa vozík začal pohybovať hore rampou?

b) Aký koeficient šmykového trenia f musí byť medzi Samovými topánkami a podlahou v bani, aby sa Samovi pri jeho urputnej práci nešmyklo?

Vozík váži 100 kg, Samo 70 kg. Kolieska vozíka sú dobre naolejované a teda otáčajú sa bez trenia. Uhol, ktorý zviera rampa s vodorovným smerom, je $\alpha = 20°$.

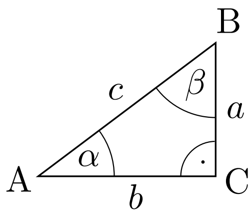
UFOčebnica: Rozkladanie síl

Milí riešitelia!

Aj v tomto školskom roku vám prinášame sériu poučných textov. Veríme, že sa z nich veľa naučíte. Ak náhodou nie, tak to určite preto, že to už všetko viete ;-). Ako ste si už možno všimli, texty dostali cool názov – UFOčebnica. Narozdiel od školských učebníc v UFOčebnici chýbajú nudné poučky, pretože všetko vysvetľujeme tým najjednoduchším možným spôsobom. Tak príjemné čítanie!

Pravouhlý trojuholník

Tak nazývame trojuholník, ktorý má práve jeden uhol pravý (rovný 90°). Keďže súčet všetkých uhlov v trojuholníku je 180°, je jasné, že oba zvyšné uhly musia byť menšie, ako pravý uhol. Jeden pekný pravouhlý trojuholník môžeme vidieť na obrázku 3.



Obr. 3: Trojuholník

Práve pravouhlý trojuholník má isté záhadné vlastnosti. Jednou z najdôležitejších vôbec je to, že veľkosti uhlov α a β jednoduchým spôsobom súvisia s dĺžkami strán a, b (odvesny) a c (prepona). Nebudeme kráčať okolo horúcej kaše, a preto si tie vzťahy rovno vypíšme:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}\,, \qquad \sin\beta = \frac{b}{c}\,, \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c}\,, \qquad \cos\beta = \frac{a}{c}\,.$$

Divné skratky sin a cos čítame sínus a kosínus a nie je na nich vlastne nič divné. Znamenajú len toľko, že pre každý uhol vieme na kalkulačke vypočítať jeho sínus alebo kosínus.

Všimnime si, že vo vzťahoch pre sínusy vystupujú *protiľahlé* strany k uhlom a pre kosínusy zasa strany *priľahlé*. Toto pravidlo je hodné zapamätania:

$$\sin = \frac{\text{protiľahlá}}{\text{prepona}}\,, \qquad \cos = \frac{\text{priľahlá}}{\text{prepona}}\,.$$

Ak tieto dve rovnice vydelíme, dostaneme vzťah pre pomer protiľahlej a priľahlej odvesny

$$\tan = \frac{\sin}{\cos} = \frac{\text{protiľahlá}}{\text{priľahlá}}\,.$$

Skratka tan znamená tangens a je to naozaj jednoducho sínus vydelený kosínusom. Úplne detailné vysvetlenie tejto trojuholníkovej mágie sa dozviete na strednej škole alebo na sústredku. Nám zatiaľ stačí vedieť, že ak poznáme nejaký uhol v pravouhlom trojuholníku, vieme, aký musia byť pomery odvesien k prepone.

Nakoniec si ešte spomeňme, že v pravouhlom trojuholníku platí oveľa slávnejšia formulka, ktorá bola známa už v starovekom Grécku. Tam si všimli, že ak zmeriame dĺžky strán a, b a c v pravouhlom trojuholníku a všetky ich umocníme na druhú, tak zistíme, že platí prekvapujúco jednoduchý vzorec

$$a^2 + b^2 = c^2 \,.$$

Stavím sa s vami, že tento vzorec ste už niekde videli — áno, je to slávna Pytagorova veta.

Predstavme si, že Jarka doma odmeria, že jej trojuholník má dĺžky strán 3 cm, 4 cm a 5 cm. A nie je nič ľahšie, ako vypočítať

$$(3\,\mathrm{cm})^2 + (4\,\mathrm{cm})^2 = 9\,\mathrm{cm}^2 + 16\,\mathrm{cm}^2 = 25\,\mathrm{cm}^2 = (5\,\mathrm{cm})^2 \,.$$

Jarkin trojuholník teda spĺňa Pytagorovu vetu – je pravouhlý s preponou dlhou 5 cm a odvesnami dlhými 3 cm a 4 cm. No ale pravouhlý trojuholník spĺňa tiež vzťahy so sínusom a kosínusom, napr.

$$\sin\alpha = \frac{3\,\mathrm{cm}}{5\,\mathrm{cm}} = 0{,}6 \,, \qquad \sin\beta = \frac{4\,\mathrm{cm}}{5\,\mathrm{cm}} = 0{,}8 \,.$$

Pomocou tlačítok $\sin^{-1}$ a $\cos^{-1}$ vieme zistiť, pre aký uhol je hodnota sínusu rovná hľadaným 0,6 alebo 0,8. Vyskúšajte si to! Vyšlo vám $\alpha = 36{,}9^\circ$ a $\beta = 53{,}1^\circ$?

Prečo rozkladáme sily

No ozaj, prečo? Sily totiž nemajú len veľkosť, ale majú aj smer. Mimochodom veličiny, u ktorých je dôležitý aj ich smer, nazývame vektorové. My sa bežne stretávame s prípadmi, kedy sú vektory rôznych síl potvorné a pôsobia vo veľa rôznych smeroch. Našou úlohou je tieto sily nejako skrotiť, to znamená zistiť, aké sú všetky sily veľké, respektíve ako hýbu telesom, na ktoré pôsobia.

9 z 10 fyzikov vám povie, že sily na krotia najlepšie tak, že sa pozeráme, ako pôsobia v nejakých smeroch. Predstavme si najskôr, že všetky sily môžu pôsobiť len vodorovne alebo zvislo. Vodorovné sily sa snažia hýbať telesom len vo vodorovnom smere, zvislé len v zvislom smere. Úlohu si teda vieme rozdeliť na dve podstatne jednoduchšie úlohy – jedna pre zvislé a druhá pre vodorovné sily.

Ak je súčet síl pôsobiacich smerom nahor rovnaký ako súčet síl smerujúcich nadol, teleso sa v zvislom smere nebude podľa 1. Newtonovho zákona pohybovať. To znamená, že nebude klesať ani stúpať. [3]

Ak je naše teleso tabuľka čokolády a podložka stôl, je podmienka o nepohybovaní celkom zrejmá – stačí letmý pohľad na čokoládu a vidíme, že čokoláda sa neponára do stola a ani neštartuje ako raketa. Preto musí byť súčet zvislých síl, ktoré pôsobia na čokoládu, nulový. Sily, ktoré pôsobia v zvislom smere, sú dve: tiažová sila $F_g = mg$ a sila,

[3] Poznámka pre puntičkárov: Druhá možnosť je, že teleso sa v tomto smere bude pohybovať rovnomerným priamočiarym pohybom.

ktorou pôsobí podložka. Túto silu si označme F_n. Sily pôsobia v opačných smeroch, takže, aby bola splnená podmienka nepohybovania sa v zvislom smere, musí platiť

$$mg = F_\mathrm{n}\,.$$

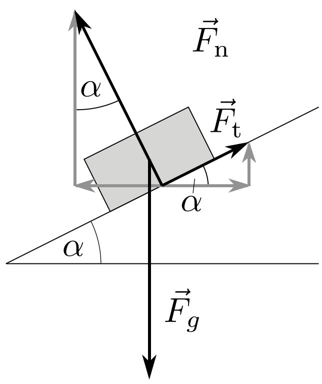
Tým pádom vieme presne povedať, aká veľká je neznáma sila F_n! Sily v zvislom smere sú skrotené a my si za odmenu môžme dať spomínanú čokoládu.

Rozklad síl v praxi

Často sa nám ale môže stať, že sily sú odporné a pôsobia všelijako šikmo. Takže nejakým spôsobom sa premietajú do oboch smerov. Vtedy nastupuje krása sínusov a kosínusov, pretože sily si vieme krásne rozkladať. A to si ukážeme na nasledujúcom príklade:

Máme čokoládu, ktorá leží na naklonenej rovine s uhlom α. Keďže sa tam čokoláda drží sama, medzi ňou a rovinou musí pôsobiť trenie, ktoré je popísané koeficientom trenia f. My by sme radi vedeli, aký najmenší môže byť tento koeficient, aby sa čokoláda na naklonenej rovine udržala a nesklĺzla preč.

Najskôr sa pozrime, aké sily na čokoládu pôsobia. To, že čokoláda sa môže zošmyknúť, spôsobuje gravitačná sila F_g, ktorá pôsobí zvislo nadol. Zároveň na čokoládu pôsobí podložka normálovou silou F_n a nakoniec aj trecia sila (proti smeru možného pohybu čokolády) F_t. Sily F_n a F_t však pôsobia všelijako šikmo, takže okamžité rozloženie do vodorovného a zvislého smeru nebude možný. Obe sily totiž pôsobia trošku dohora, ale aj trošku do strán, viď obrázok.



Obr. 4: Rozloženie síl

V ňom vidíme, že napríklad silu F_n môžeme rozložiť do sily, ktorá pôsobí doľava a silu, ktorá pôsobí hore. Tieto tri sily dokopy ale tvoria pravouhlý trojuholník! A – čudujsasvete – v tom trojuholníku vieme nájsť uhol α! [4] Preto môžeme použiť magické pravidlá pre pravouhlé trojuholníky a sily si pomocou funkcií sínus a kosínus rozložíme na ich vodorovné (x-ové) a zvislé (y-ové) zložky, s ktorými sa nám bude ľahšie pracovať:

$$F_{\mathrm{n}x} = F_\mathrm{n} \sin\alpha\,, \qquad F_{\mathrm{t}x} = f F_\mathrm{n} \cos\alpha\,,$$

[4] Na nájdenie všetkých uhlov s veľkosťou α sme použili poučku o striedavých a vrcholových uhloch, ale aj fakt, že súčet uhlov v trojuholníku je 180°. Skúste si to!

$$F_{\mathrm{n}y} = F_{\mathrm{n}} \cos\alpha\,, \qquad F_{\mathrm{t}y} = fF_{\mathrm{n}} \sin\alpha\,.$$

Ako vidíte, pre treciu silu platí, že je to vlastne len normálová sila násobená koeficientom trenia. Keď už sme si takto pekne rozložili sily, môžeme napísať podmienky pre to, aby čokoláda ostala v pokoji – vodorovné aj zvislé zložky sa musia navzájom kompenzovať, aby celková výslednica síl bola nulová. Pre zvislé sily môžeme písať

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{n}y} + F_{\mathrm{t}y} &= F_g\,,\\ F_{\mathrm{n}} \cos\alpha + fF_{\mathrm{n}} \sin\alpha &= mg\,. \end{aligned}$$

Pre vodorovné sily zasa platí

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{n}x} &= F_{\mathrm{t}x}\,,\\ F_{\mathrm{n}} \sin\alpha &= fF_{\mathrm{n}} \cos\alpha\,. \end{aligned}$$

Z rovnosti horizontálne pôsobiacich síl už vidíme, že koeficient trenia je rovný pomeru medzi sínusom a kosínusom uhlu α. Tento pomer je ale tangens uhlu α:

$$f = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha\,.$$

Teraz vytiahnite kalkulačky, tangens nájdete hneď vedľa sínusu a kosínusu. Skúste vypočítať, aký je teda najmenší koeficient f pre uhol $\alpha = 35°$. Aj vám vyšlo $f = 0{,}7$?

Druhé, trochu šikovnejšie riešenie tejto úlohy spočíva v triku, že nemusíme vždy pracovať len s horizontálnymi a vertikálnymi zložkami síl. Keby sme na začiatku rozložili sily v smere rovnobežnom a kolmom na naklonenú rovinu, musíme rozkladať len gravitačnú silu. Zložka sily F_g kolmá na rovinu bude mať potom rovnakú veľkosť ako normálová sila a rovnobežná zložka bude pôsobiť proti trecej sile. Znova si môžeme zapísať rovnováhu síl v obcoh smeroch a voilà – vieme si vyjadriť f :-).

Dobré rady na záver

Rozkladanie síl nie je ťažké, no zíde sa vedieť zopár trikov:

Trik prvý. Rozkladať vieme nielen sily pôsobiace šikmo na vodorovné a zvislé, ale aj vodorovné a zvislé na šikmé, presne tak, ako sme to spomínali v závere príkladu o čokoláde.

Trik druhý. Uhly sú nezbedné a musíme si dávať dobrý pozor, aby sme sa v nich nezamotali. Kľudne si do náčrtov dokreslite zopár pomocných trojuholníkov, aby ste si boli istí, kde sa daný uhol nachádza.

Trik tretí. Pri rozklade síl sa nám môže zdať, že niektorá zo zložiek (ako v prípade vertikálnych zložiek v obrázku vyššie) zmenila bod pôsobenia. Celý rozklad síl je však hlavne o matematike (vektoroch), z hľadiska fyziky je dôležité vedieť že aj zložky síl pôsobia vždy v rovnakom bode, ako rozkladaná sila.