

Fyzikálny korešpondenčný seminár

8. ročník, 2014/2015

UFO, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

e-mail: otazky@fks.sk

web: <http://ufo.fks.sk>

Zadania 2. kola zimnej časti 2014/2015

Termín: 27. 10. 2014

2.1 Bezpečná hrobka (9 bodov)

Jerguša na dovolenke vo Vietname zaujali staré hrobky. Boli totiž strašne komplikované a museli spĺňať mnoho pravidiel. Hrobka mala jeden vchod so šírkou 2 m a vo vnútri práve jeden hrob s rozmermi 3 m × 4 m. K hrobu sa mohli dostať ľudia, ktorí vchádzali cez vchod a vedeli sa pohybovať kadekoľvek, ak bola chodba široká aspoň 2 m.¹

Cez vchod vchádzali do hrobiek aj zlí duchovia, ktorí sa chceli zmocniť tiel zosnulých. Našťastie, boli oproti ľuďom obmedzení – vedeli sa pohybovať len priamočiario a odrážali sa od stien, podobne ako biliardové gule (nevedeli prechádzať cez steny). Navyše mali radi symetriu, a preto vchádzali do hrobky vždy cez stred jej vchodu (avšak pod rôznymi uhlami). Hrobky boli stavané tak, aby sa duchovia nevedeli v žiadnom prípade dostať k hrobu.

Navrhnete hrobku spĺňajúcu takéto požiadavky a popri tom použijete čo najmenej kameňa. Použitie množstvo kameňa taktiež spočítajte. Stavať môžete len steny zanedbateľnej hrúbky. Na postavenie jedného metra steny je treba 1,5 t kameňa.

Najlepšie riešenie dostane 3-bodový bonus.

2.2 Námornícka² (9 bodov)

Námorníci Paťo a Maťo sa na svojich plachetniciach vydali na plavbu okolo sveta. Začínali na rovnakom mieste, každý sa však vydal opačným smerom. Po týždňoch samoty sa stretli, ich plachetnice preplávali popri sebe a pokračovali ďalej. Obidvaja v tej chvíli stáli presne v stredoch ich plachetníc a plavili sa rovno oproti sebe. Paťo čakal, až kým začiatok Maťovej lode nebol pri ňom a v tom momente zapol stopky. Zastavil ich, až keď sa pri ňom ocitol koniec Maťovej lode. Nameral čas 5 sekúnd. Podobnú vec spravil aj Maťo, ale nameral 6 sekúnd. Námorníci navyše vedeli rýchlosti svojich plachetníc voči vode – Maťova išla rýchlosťou 3 m/s a Paťova rýchlosťou 4 m/s. Paťo a Maťo by teraz zaujímalo, aké dlhé sú ich plachetnice. Pomôžte im to vypočítať!

2.3 Vrh guľou (9 bodov)

Klárka mala minulý týždeň v škole hodinu telesnej, na ktorej sa učili vrhať guľou. Bola ale smutná z toho, že jej to príliš nešlo, a preto sa rozhodla zistiť, kde robí chybu. Všimla si, že keď hádže guľu pod rôznymi uhlami, tak doletí rôzne ďaleko. Preto si povedala, že asi nehádže pod tým správnym uhlom. Vašou úlohou je odmerať závislosť doletu gule

¹To znamená, že stena k nim nemohla byť nikdy bližšie ako 1 m.

²http://youtu.be/xy_TfPdS6Xg

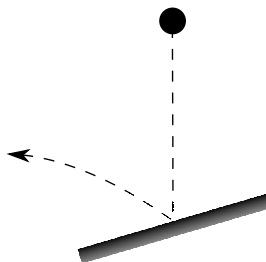
Seminár podporujú:



iuventa

(loptičky) od uhla, pod ktorým je hádzaná, ak Kláríka hádže guľu stále tou istou počiatočnou rýchlosťou. Následne spravte graf závislosti doletu od uhlu a z grafu nakoniec určte ten správny uhol, pod ktorým doletí guľa najďalej.

U seba doma si môžete Kláríku nahradiť pevnou doskou. Guľu budete púšťať z určitej (stále tej istej) výšky na dosku, ktorú budete rôzne nakláňať (vytvoríte takto naklonenú rovinu) a tým meniť uhol, pod ktorým sa guľa odrazí.



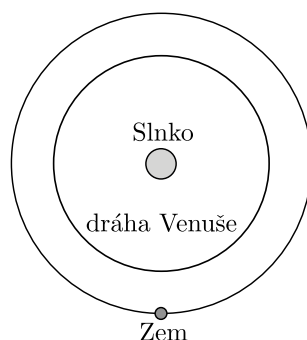
Obr. 1: Odraz loptičky na naklonenej rovine

2.4 Medziplanetárny milovník (9 bodov)

Beznádejný romantik Samko cez deň trhá lupienky margarét, po večeroch pospevuje serenády a po nociach... po nociach sa predsa necháva unášať krásou nočnej oblohy! Miluje hviezdy, lebo sú ženského rodu. A z planét má samozrejme najradšej krásnu Venušu. Minule ju videl:

- a) na západe počas západu Slnka, 26 stupňov nad obzorom,
- b) na východe pri východe Slnka, 46 stupňov nad obzorom,
- c) na severovýchode o polnoci, 32 stupňov nad obzorom.

Z lásky k nej by si chcel vyznačiť jej polohu pri obehu okolo Slnka na tomto obrázku v každom z prípadov a), b) a c):



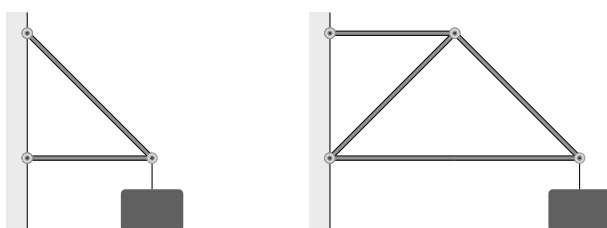
Obr. 2: Kde je Venuša?

Samko navyše žije vo svete s dosť zjednodušenou slnečnou sústavou. Venuša aj Zem obiehajú okolo Slnka v jednej rovine po kružniciach a os rotácie Zeme je kolmá na túto rovinu. Samko navyše býva na rovníku. Vzdialenosť Venuše od Slnka je 0,72-násobok vzdialenosti Zeme od Slnka.

Zakreslite Samkovi do jeho obrázku polohu Venuše. Obrázok je nakreslený z pohľadu, pri ktorom vidíme severnú pologuľu Zeme. Za správne nakreslenie polohy dostanete jeden bod, za vysvetlenie, ako ste na to prišli, dostanete ďalšie dva.

2.5 Robotnícka (9 bodov)

Andrej pracuje na stavbe a chce ušetriť na materiáli. Oceľ používaná na stavbu konštrukcií je totiž drahšia než laná, ktoré majú pri natahovaní podobné vlastnosti. Na stavbe často používajú takéto dve konštrukcie pripevnené k stene, na ktorých konci visia závažia (oveľa ťažšie, než ocelové tyče):

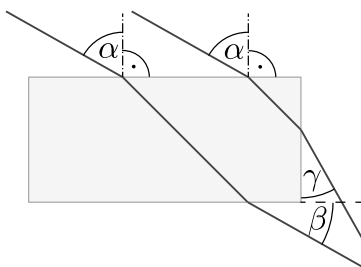


Obr. 3: Dve konštrukcie

V obidvoch konštrukciách sú ocelové tyče spojené otáčavými kĺbmi. Takýmito kĺbmi sú tyče spojené aj so stenou. Ktoré z tyčí sú pri takejto záťaži natahované, a teda ich môžeme nahradiť pevným lanom? Svoje tvrdenia nezabudnite patrične vysvetliť.

2.6 Ako sa to láme? (9 bodov)

Na pravouhlý hranol si Denda rada posvieti laserovým ukazovátkom. Jej obľúbený hranol má obdĺžnikový prierez a index lomu $n = 1,5$. Naposledy si naň zasvietila pod uhlom $\alpha = 35^\circ$:



Obr. 4: Lom dvoch svetelných lúčov na hranole

Podľa toho, kam svietila, lúč vyšiel z hranola buď cez stenu protilahlú k tej, cez ktorú vchádzal, alebo cez stenu susednú s tou, cez ktorú vchádzal. Aký uhol β zvierá lúč s protilahlou stenou hranola, ktorú opúšťa? Aká je veľkosť uhla γ , keď lúč vychádza cez susednú stenu?

UFOčebnica: Svetlo a optika

Milí riešitelia!

V nasledujúcom texte sa dozviete, čo to je vlastne svetlo, ako sa v minulosti odhaľovali jeho prekvapivé vlastnosti a nakoniec ako sa svetlo správa pri prechode sklenenými šošovkami a rôznymi inými materiálmi. Veríme, že aj vy *uvidíte*, aká super je optika.

Svetlo v dobách minulých

To, že svetlo je nejaké *elektromagnetické vlnenie*, zistili fyzici až na konci 19. storočia. Konkrétne sa o to zaslúžil pán Maxwell, ktorý v roku 1862 spísal základné rovnice elektromagnetizmu. Po krátkom čase si ale vedci všimli, že úpravou týchto rovníc dostávame rovnice popisujúce svetlo – teda niečo, čo s elektrinou a magnetizmom nemalo dovedty absolútne nič spoločné. To, že optika a elektrina a magnetizmus sú vlastne prejav toho istého efektu sa dodnes pokladá za jeden z najúžasnejších fyzikálnych objavov.

Podme ale pekne po poriadku a elektromagnetizmus nechajme bokom, pretože história objavovania svetla siaha oveľa viac do minulosti. Lom svetla skúmali už grécki filozofi Platón a Aristoteles. Takzvaný *zákon lomu*, o ktorom si povieme v ďalších kapitolách, bol jasný už Euklidovi a Ptolemaiovi.

Poznatky o lome svetla sa zvyšovali spoli s presnosťou výroby šošoviek a iných optických prvkov. Úsilie stredovekých vedcov vyústilo v roku 1608, kedy holandský optik Hans Lipperschey zostrojil prvý teleskop. No trvalo až celé dva roky, kým sa o jeho objave dozvedel Galileo Galilei a vykonal s ním úžasné astronomické objavy.

V roku 1621 Willebrord Snell správne popísal zákon lomu svetla, ktorému sa tiež hovorí Snellov zákon a spolu s Christianom Hyugensom prišli na to, že na svetlo sa dá pozeráť ako na súbor svetelných lúčov, ktoré sa lámu podľa istých pravidiel. Všetky tieto pravidlá následne zhrnul Pierre Fermat do jediného: „*Svetlo sa vždy pohybuje tak, aby z jedného bodu do druhého prešlo za čo najmenší čas.*“

Tu sa však sranda nekončí, a behom niekoľkých rokov ľudia objavili ohyb svetla (odborne difrakciu) a interferenciu, čo sú javy, ktoré vznikajú pri prechode svetla veľmi malými otvormi. Tieto dva javy sú zodpovedné napríklad aj za to, že mydlová bublina má jemný dúhový nádech.

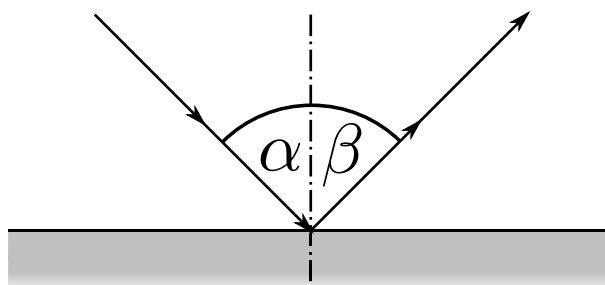
Nakoniec, v 18. storočí sa vedci pokúšali zmerať, ako rýchlo sa vlastne svetlo pohybuje. A zistili, že naozaj rýchlo – ako prvý rýchlosť svetla odmeral Ole Rømer v roku 1676. Merania sa časom spresňovali, až nakoniec sme zistili, že svetlo sa vo vákuu pohybuje rýchlosťou približne $c_0 = 300\,000$ km/s.

Zákony optiky: odraz od zrkadla

Svetelné lúče sa v našom svete šíria na základe fyzikálnych zákonov. Jedným z nich je *zákon odrazu*. Určite ho všetci poznáte: svetlo sa od zrkadla odráža pod rovnakým uhlom, ako naň dopadá. Jasný ako facka.

Skúsme ale túto poučku popísať trochu fyzikálnejšie. V optike používame označenie pre *uhol dopadu* ako pre uhol, ktorý zvierajú svetelný lúč s takzvanou *optickou osou* –

myslenou čiarou, ktorá je kolmá na povrch zrkadla. Na obrázku 5 je tento uhol označený α . Druhý uhol na obrázku, β , zasa nazývame uhlom odrazu.



Obr. 5: Odraz svetla na zrkadle

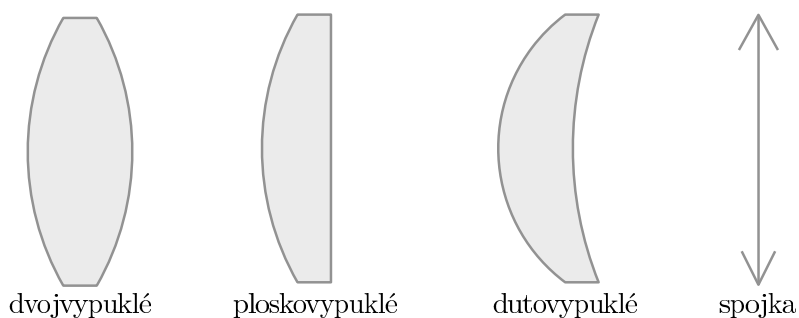
Keď sme si všetko pekne pomenovali, tak zákon odrazu môžeme napísať formou jednoduchej rovnice

$$\alpha = \beta.$$

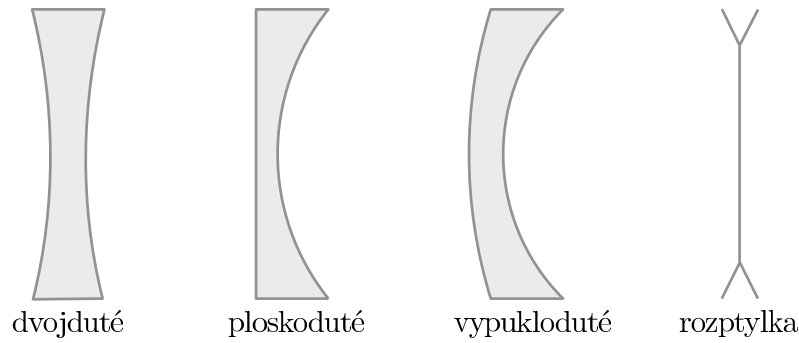
Zákony optiky: zobrazovanie šošovkami

Zamýšľali ste sa už niekedy nad tým, čo sú to šošovky a na čo nám vlastne slúžia? Môžeme ich definovať ako super vecičku, ktorá slúži na ovplyvnenie šírenia svetla: na povrchu šošovky sa totižto svetlo láme – o tom ale v ďalšej kapitole.

Pred tým, ako začneme, si povedzme jednu dôležitú informáciu. A to, že šošovky delíme na dva základné druhy: spojné šošovky (spojky), pozri obrázok 6 a rozpojné šošovky (rozptylky), pozri obrázok 7.



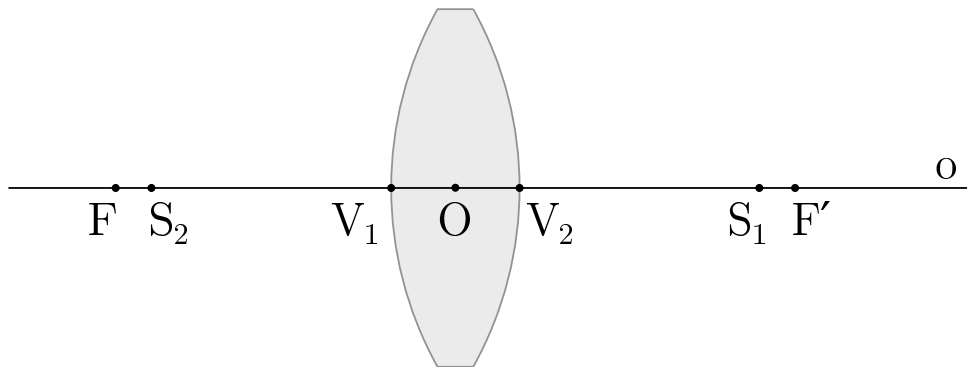
Obr. 6: Rôzne spojky (úplne vpravo je nakreslená všeobecná značka pre spojku)



Obr. 7: Rôzne rozptylky (úplne vpravo je nakreslená všeobecná značka pre rozptylky)

Základný rozdiel medzi nimi je, že spojky sú najširšie v strede a smerom k okrajom sa zužujú, pričom u rozptyliek je to presne naopak.

Teraz zapojíme svoju predstavivosť a rozdelíme si povrch šošovky na dve časti. Obe tvoria malú časť z povrchu nejakej gule. Obe gule majú samozrejme aj svoj stred (označme ich S_1 a S_2). Keď spojíme priamkou tieto dva stredu, dostaneme *optickú os*, ktorú budeme označovať písmenom o . Priesečníky, respektíve body, kde sa pretínajú časti povrchov šošoviek s optickou osou, označme V_1 a V_2 . Odborne sa nazývajú vrcholy šošovky, a vzdialenosť medzi nimi hrúbka šošovky. Nás však zaujíma len to, že stred úsečky V_1V_2 je *optický stred sústavy*, ktorý označujeme O . Celá situácia je zobrazená na obrázku 8.



Obr. 8: Dôležité body v geometrii šošovky

Najdôležitejším bodom pri zobrazovaní šošovkou je však *ohnisko*, ktoré je na obrázku 8 označené F . Vzdialenosť $|FO|$ sa nazýva ohnisková vzdialenosť f . Teraz už stačí vedieť len to, že priestor, z ktorého svetlo do šošovky vstupuje, sa nazýva *predmetový* priestor a priestor, do ktorého vystupuje svetlo po prechode šošovkou sa nazýva *obrazový* priestor. Rovnako aj ohnisko je predmetové – F a obrazové – F' .

A už sa konečne dostávame k vysvetleniu čarovných vlastností šošoviek, teda sa dozvieme, ako vlastne šošovky zobrazujú. Na to samozrejme potrebujeme vedieť, ako sa správa svetlo prechádzajúce šošovkou.

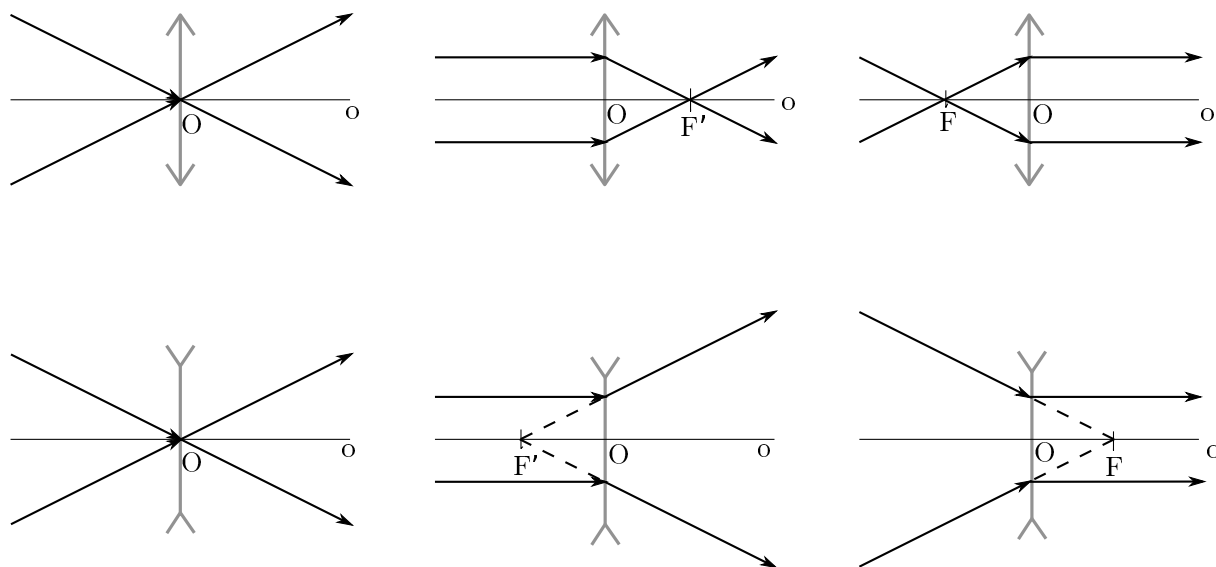
Je to veľmi jednoduché. Existujú totiž tri základné pravidlá pre tri špeciálne lúče:

1. lúče idúce cez stred (O) pokračujú v pôvodnom smere, ako by tam šošovka ani nebola;

2. lúče idúce *rovnobežne* s optickou osou sa lámu do ohniska;

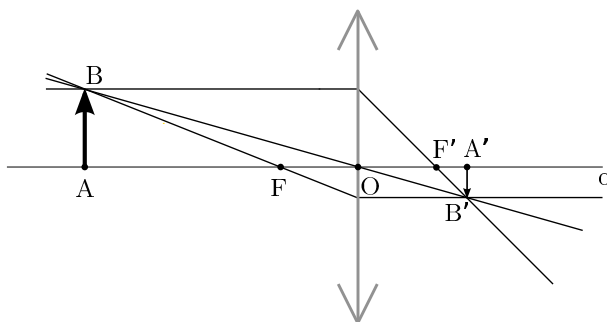
3. lúče idúce cez ohnisko sa lámu rovnobežne s optickou osou.

Najjednoduchšie je ale pozrieť sa na obrázok 9, v ktorom je krásne vidieť, ako prechádzajú tieto špeciálne lúče spojku a rozptylkou. Všimnite si, že v prípade rozptylky sa rovnobežné lúče lámu tak, ako keby vychádzali z ohniska, a naopak, na rovnobežné sa lámu tie lúče, ktoré ako keby do ohniska vchádzali.



Obr. 9: Smery rôznych lúčov po prechode šošovkami

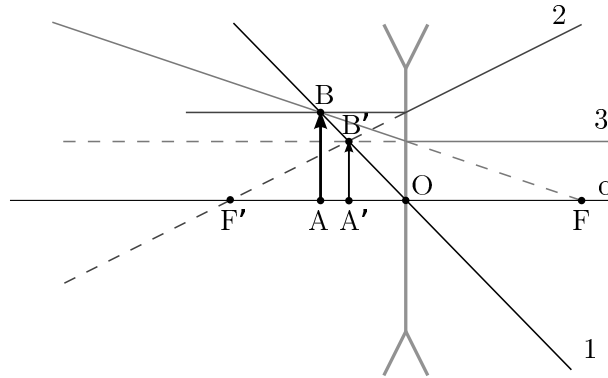
Pravidlá si ukážme na konkrétnych príkladoch. Zoberme si napríklad spojku. Ešte pred ohnisko si umiestnime úsečku AB. Následne z bodu, ktorý chceme cez spojku zobrazit', vyšleme všetky tri špeciálne lúče.³ V bode, kde sa tieto lúče stretnú, sa nachádza obraz príslušného bodu – pozri obrázok 10.



Obr. 10: Zobrazenie úsečky spojku

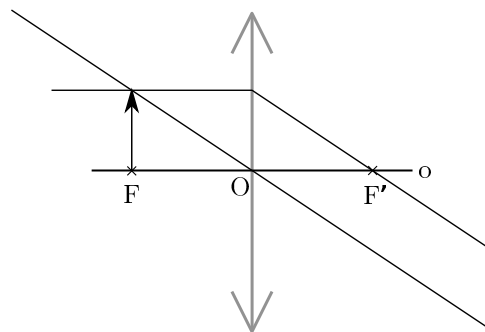
To iste môžeme ukázať aj pre rozptylku. Tentokrát však úsečku umiestnime pred ohnisko – pozri obrázok 11.

³Stačia aj dva, ale istota je istota.



Obr. 11: Zobrazovanie rozptylkou

Ako ste si už určite niekedy všimli, keď sa na predmet pozeráte cez spojku alebo rozptylku, môže sa vám zobrazíť buď vzpriamene, alebo dole hlavou, môže taktiež zmeniť veľkosť, ale, samozrejme, nemusí. Zvláštny prípad ale nastáva, keď predmet umiestnime presne do ohniska spojky, pozri obrázok 12. Vtedy sa lúče nepretnú, ale budú pokračovať ako rovnobežky až do nekonečna – preto aj hovoríme, že obraz sa nachádza v nekonečne. Ale nie je to nič čudné – veď na nekonečno vedľa zaostrí ľudské oči a aj fotoaparáty. Jednoducho tieto rovnobežné lúče zlomia naspäť do ohniska.



Obr. 12: Obraz sa nachádza v nekonečne

Zákony optiky: Snellov zákon

V úvode sme si povedali, že rýchlosť svetla 300 000 km/s platí pre vákuum. V iných prostrediach (vzduch, voda, sklo) sa svetlo pohybuje *pomalšie*. To je spôsobené elektrickými a magnetickými vlastnosťami týchto prostredí. V optike sa tieto vlastnosti prejavujú na hodnote zaujímavej fyzikálnej veličiny, ktorá sa volá *index lomu*. Index lomu označujeme písmenom n a vyjadruje, koľkokrát je svetlo v nejakej látke pomalšie ako vo vákuu. Ak túto rýchlosť svetla v látke s indexom lomu označíme ako v , potom platí rovnica

$$v = \frac{c_0}{n}.$$

Záhľadné veci sa dejú vtedy, keď svetelný lúč prechádza medzi dvomi prostrediami s rôznymi indexmi lomu (hovoríme tomu aj opticky rôzne husté prostredia). Vtedy dôjde k javu, ktorý popisuje práve Snellov zákon, nazývanému *lom svetla*.

Určite ste sa niekedy pozerali na akvárium s rybičkami. Ak by ste sa pozreli na akvárium šikmo, mohli ste si všimnúť, že pod niektorými uhlami vidíte takpovediac „za roh“. Svetlo sa totižto zlomilo tak, že ste mohli vidieť aj veci, ktoré sú priamo za susednou stenou. S týmto faktom prichádza aj jav, že sa všetky veci javia v akváriu stenčené.

Svetlo v akváriu sa láme najskôr na rozhraní voda-sklo a potom ešte na rozhraní sklo-vzduch. Index lomu vody je 1,33, index skla je typicky 1,5 a index vzduchu je prakticky rovný 1.⁴

Rozdiely v rýchlosti svetla majú za následok to, že svetlo sa nebude cez rozhrania pohybovať vždy priamo, ale na rozhraní náhle zmení svoj smer, pozri obrázok. V ňom sme si označili dva dôležité uhly: uhol dopadu α a nový uhol lomu β . Ďalej sme si označili index lomu prostredia, v ktorom sa svetlo pohybuje pred zlomením, ako n_1 a index lomu, v ktorom sa svetlo pohybuje po lome, ako n_2 . Po poctivom označení môžeme napísať slúbený Snellov zákon

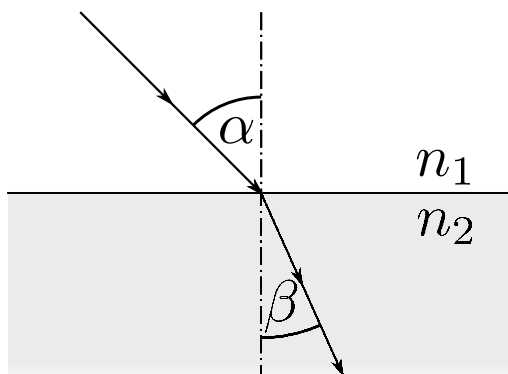
$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta.$$

Skratka sin v poslednej rovnici značí sínus uhla. Ak neviete, čo to sínus je, prečítajte si predošlý diel UFOčebnice.

Teraz si z poslednej rovnice vyjadríme $\sin \beta$:

$$\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha.$$

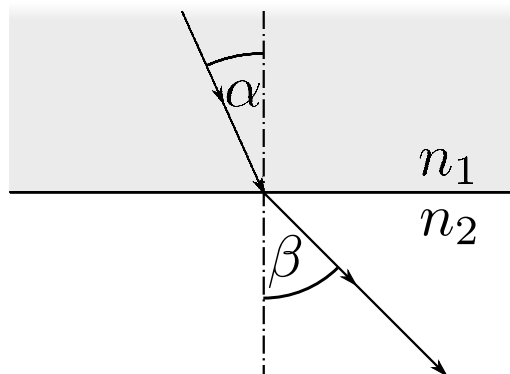
Dostali sme teda vzťah pre sínus uhla, pod ktorým bude svetlo rozhranie opúšťať. Ak bude platiť $n_1 < n_2$, tak musí tiež platiť $\sin \beta < \sin \alpha$. Na kalkulačkách si môžete ľahko overiť, že pre uhly menšie ako 90° potom musí platiť aj, že $\beta < \alpha$. Uhol lomu je teda menší, ako uhol dopadu. Tomuto lomu hovoríme *lom ku kolmici*.



Obr. 13: Lom svetla ku kolmici

Naopak, ak bude platiť $n_1 > n_2$, obráti sa aj znamienko druhej nerovnosti na $\sin \beta > \sin \alpha$. Preto bude platiť aj $\beta > \alpha$, teda uhol lomu bude väčší ako uhol dopadu a lom budeme nazývať *lom od kolmice*.

⁴Svetlo sa vo vzduchu pohybuje preto takmer rovnako rýchlo, ako vo vákuu.



Obr. 14: Lom svetla od kolmice

Tu ale sranda iba začína. Čo, ak budeme zväčšovať a uhol α budeme postupne zvyšovať (napríklad posúvaním zdroja svetla)? V prvom prípade sa nebude diať nič tragické – jednoducho bude rásť aj uhol lomu, ale stále bude platiť, že je menší ako uhol dopadu.

V druhom prípade je situácia dramatickejšia, pretože postupne dospejeme k takému uhlu α_m , pre ktorý zo Snellovho zákona vyjde $\sin \beta = 1$. Takýto sínus má len uhol $\beta = 90^\circ$, takže lomené svetlo sa bude pohybovať pozdĺž rozhrania dvoch materiálov a o nejakom skutočnom lome nemôže byť ani reč. Pre väčšie uhly dokonca ani nenájdeme taký uhol β , aby spĺňal Snellov zákon. Vtedy sa všetko svetlo odrazí od rozhrania ako od zrkadla (a uhol odrazu bude rovnaký, ako uhol dopadu).

Práve toto je dôvod, prečo z niektorých smerov nevidíme objekty za akváriom naplneným vodou. Jednoducho lúč, ktorý by mal vchádzať do našich očí, nespĺňa Snellov zákon.

Ak ste sa doteraz optiky báli, ako sami vidíte, nebol na to dôvod. Svetlo sa vždy bude správať podľa zopár jednoduchých pravidiel, ktoré majú ale efektívne dôsledky.