

V tomto zápise sa číslo stojace pred desiatkou nazýva *mantisa* a číslo, na ktoré je desiatka umocnená, *exponent*. Operácie s číslami v semilogaritmickom tvare nie sú vôbec zložité. Stačí si len zapamätať dve pravidlá

- mantisy násobíme a delíme klasicky medzi sebou,
- exponenty pri násobení sčítavame, pri delení odčítavame.

Obzvlášť sa druhé pravidlo hodí vtedy, keď sú exponenty tak veľké alebo naopak malé, že ich ani kalkulačka nevie spracovať. Jednoducho ale môžeme oddelene vypočítať výslednú mantisu, a potom dopočítať exponent.

Jednotky

Jednotky fyzikálnych veličín sú pre fyzikov veľmi dôležité a sú neoddeliteľnou súčasťou zmieňovaných číselných výrazov. Väčšina fyzikálnych veličín má svoju jednotku. Zvyšné veličiny, napríklad účinnosť, jednotku nemajú a nazývame ich bezrozmerné veličiny.

Z fyzikálnych zákonov ale vieme, že veličiny sú nejakým spôsobom previazané. To ale znamená, že rovnakým spôsobom musia byť previazané aj ich jednotky. Skvelým príkladom je definícia tlaku ako podielu sily a plochy, na ktorú pôsobí: $p = \frac{F}{S}$. Jednotka tlaku sa nazýva pascal. Analogicky pre pascal musí platiť, že je to podiel newtonu a metra štvorcového: $p = \frac{N}{m^2}$.

Ak dostaneme vzorec, ktorý má vo výsledku hmotnosť udanú v kilogramoch za sekundu, určite je nesprávny. Kontrola, či majú všetky veličiny správne jednotky v priebehu výpočtu a na samotnom konci dlhého a komplikovaného riešenia, je veľmi účinný spôsob, ako si odhaliť v riešení chybu. Nazýva sa rozmerová analýza. Pri úpravách výrazov s jednotkami pracujeme nasledovne:

- sčítať alebo odčítať dve veličiny môžeme len vtedy, keď majú rovnakú jednotku;
- jednotka súčinu dvoch alebo viacerých jednotiek je súčin ich jednotiek;
- jednotka podielu dvoch veličín je podiel ich jednotiek – rovnaké jednotky v čitateli a v menovateli sa medzi sebou vykrátia.

Zapamätajme si, že ak dosádzame do vnútra funkcií $\sin()$, $\cos()$, $\text{tg}()$, tak výraz, ktorý dosádzame, musí byť bezrozmerný, tj. nemôže mať žiadnu fyzikálnu jednotku (iba radián). Nevieme totiž, akú jednotku má napríklad $\sin(1 \text{ kg})$. Rovnako ani nemôžeme umocňovať na čokoľvek na meter, ale len na bezrozmernú veličinu, teda napríklad na druhú.

Vedecký svet v súčasnosti používa sústavu základných jednotiek SI. Tento systém zahŕňa všetky jednotky používané vo fyzike, s ktorými sa môžete stretnúť. Medzi nimi je ale skupinka *siedmych základných jednotiek*, z ktorých si zvyšné jednotky vieme odvodiť. Tieto jednotky sú:

jednotka	veličina	definícia
m meter	dĺžka	Dĺžka, ktorú prejde svetlo vo vákuu za $1/299\,792\,458$ s.
s sekunda	čas	$9\,162\,631\,770$ -násobok periódy žiarenia atómu cézia ^{133}Cs .
kg kilogram	hmotnosť	Hmotnosť medzinárodného prototypu kilogramu uloženého na Úrade pre miery a váhy v Sèvres pri Paríži.
K kelvin	termodyn. teplota	$1/273,15$ teploty topenia ľadu pri atmosférickom tlaku.
A ampér	prúd	Prúd tečúci dvomi nekonečnými rovnobežnými vodičmi vzdialenými 1 m, ktorý na meter ich dĺžky vyvolá silové pôsobenie $2 \cdot 10^{-7}$ N.
mol mol	látkové množstvo	Počet atómov v 12 g čistého uhlíku ^{12}C , čo odpovedá asi $6,022 \cdot 10^{23}$ atómom.
cd kandela	svietivosť	Svietivosť zdroja o frekvencii $540 \cdot 10^{12}$ Hz, ktorý žiari do okolia s jednotkovým priestorovým výkonom $1/683$ W, m $^{-2}$.

Okrem základných jednotiek existujú ešte dve pomocné jednotky. Nazývajú sa radián (rad) a steradián (sr). Používajú sa na meranie uhov. Platí, že plný uhol 360° je rovný 2π rad a plná guľa (teda priestorový uhol) má 4π sr. Napriek tomu, že aj toto sú jednotky, v skutočnosti sú uhol aj priestorový uhol bezrozmerné. Používame ich hlavne kvôli tomu, aby sme vedeli, či je daný uhol vyjadrený v stupňoch alebo radiánoch. Nie sú to teda jednotky v pravom slova zmysle. Dôležité sú ale preto, že do všetkých fyzikálnych zákonov musíme uhly dosadzovať v radiánoch.

1

Po zavedení týchto siedmych jednotiek si komunikáciu môžeme zjednodušiť ešte viac, a to zapracovaním samotných exponentov do jednotiek pomocou predpon.

predpona	čo	nahrádza	predpona	co	nahrádza
da	deka	10	d	deci	10^{-1}
h	hekto	10^2	c	centi	10^{-2}
k	kilo	10^3	m	mili	10^{-3}
M	mega	10^6	μ	mikro	10^{-6}
G	giga	10^9	n	nano	10^{-9}
T	tera	10^{12}	p	piko	10^{-12}
P	peta	10^{15}	f	femto	10^{-15}
E	exa	10^{18}	a	atto	10^{-18}

Teda v súčasnosti je správny a najprehľadnejší zápis nejakej fyzikálnej veličiny v tvare značka – rozumne zaokrúhlená mantisa – jednotka so správnou predponou.

¹Určite si hovoríte, prečo vaša kalkulačka počíta správne aj keď radiány nepoužívate. Je to preto, lebo vaša kalkulačka si sama stupne prevádza na radiány. Samozrejme, že sa dá nastaviť aj to, aby ste do nej mohli dosadzovať priamo radiány.

Iné jednotkové systémy

V odboroch ako elektrotechnika alebo zememeračstvo sa namiesto jednotiek SI používajú špeciálne systémy jednotiek, ktoré sú v týchto oblastiach praktickejšie, pretože jednotky dôležitých fyzikálnych konštánt v nich majú pekný tvar.

Jedným z týchto systémov je systém CGS, ktorý bol zavedený Gaussom a Weberom v roku 1836 a je to najstarší používaný systém jednotiek. Ako základné jednotky využíva centimeter, gram a sekundu. Ako sa ale dá vyjadriť prúd v ampéroch pomocou týchto troch jednotiek? Sústava CGS totiž predpokladá, že fyzikálne konštanty, ktoré popisujú elektrické chovanie látok, sú bezrozmerné. Potom ale vieme ampér vyjadriť pomocou zmieňovaných jednotiek, aj keď to nie je úplne pekné. Navyiac, táto sústava používa vlastné názvy známych jednotiek, ako napríklad gal pre zrýchlenie, dyn pre silu alebo erg pre energiu. Prevodné vzťahy medzi jednotkami CGS a SI a viac informácií o nich nájdete vo všetkých MFCHT tabuľkách.

Ďalší známy systém je tzv. angloamerický systém. Používa sa hlavne v USA. Sú to známe jednotky stopa, yard, míľa, libra, galón a podobne. Prevod medzi týmito jednotkami a jednotkami SI je komplikovaný, pretože obidva systémy sa vyvíjali oddelene, a teda nemajú pohľadné prevodné vzťahy. Odporúčame si ale zapamätať aspoň dva prevody:

$$\begin{aligned}1 \text{ anglická míľa (mi)} &= 1,61 \text{ km}, \\1 \text{ libra (lb)} &= 0,45 \text{ kg},\end{aligned}$$

Táto rozmanitosť v jednotkách viedla dokonca k tragédii. V septembri 1999 sa inžinieri z NASA chystali v riadiacom stredisku na manéver, kedy mali za úlohu naviesť sondu Mars Climate Orbiter na obežnú dráhu okolo Marsu. Bohužiaľ, zo Zeme bol k sonde vyslaný signál na zapnutie motorov na ľah v librách, zatiaľ čo sonda bola nastavená na newtony. Po zachytení sinálu v zlých jednotkách bolo už neskoro a sonda zhorela v atmosfére a zrútila sa na povrch Marsu. Zamyslenie, či je takéto používanie dvoch systémov jednotiek správne, nechávame na vás ...

Rozumné kladky

I. Zrýchlenie a je definované ako zmena rýchlosti za čas $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Sila ako súčin hmotnosti a zrýchlenia $F = ma$ alebo zmena hybnosti za čas $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$. Tlak, ako sme už spomínali, je podiel sily a plochy, na ktorú pôsobí $p = \frac{F}{S}$. Práca je daná ako súčin dráhy a sily $W = F \cdot s$, energia je rovná vykonanej práci a výkon je vykonaná práca za čas $P = \frac{W}{t}$.

- Vyjadrite na základe týchto vedomostí jednotky sily, gravitačného zrýchlenia, hybnosti, práce, tlaku, energie a výkonu pomocou jednotiek SI.
- Slávny gravitačný zákon dnes zapisujeme ako $F = G \frac{mM}{r^2}$, kde m , M sú hmotnosti, r vzdialenosť a G je konštanta. Aký rozmer má konštanta G ?

II. Andrej, Baklažán, Cibulka a Dušan rátali príklad, ktorého výsledkom mala byť dĺžka. Používali pri tom dĺžky l_1 , l_2 , rýchlosti v_1 , v_2 , časy t_1 , t_2 a zrýchlenia a_1 , a_2 , pričom nemuseli všetky použiť.

Vyšli im takéto výsledky:

$$\text{A) } 2\sqrt{\frac{l_1 l_2}{l_1 + l_2} \frac{v_1 v_2}{a_1 (v_1 + v_2)}}$$

$$\text{B) } 8 \frac{a_1 t_1 a_2 t_2}{a_1 + a_2}$$

$$\text{C) } 15(a_1 + v_1 + l_1 - a_2 - v_2 - l_2)v_1 t_2$$

$$\text{D) } l_1 \cdot 2^{v_1/v_2}$$

Čí výsledok podľa rozmerovej analýzy musí byť zlý?

Riešenie

I. a) Jednotku sily vypočítame tak, že do vzorca na výpočet sily dosadíme jednotky:

$$[F] = [m] \cdot [a] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Gravitačné zrýchlenie je druh zrýchlenia, preto jeho jednotku zistíme dosadením jednotiek do vzorca pre zrýchlenie:

$$[g] = [a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Hybnosť sa nachádza vo vzorci pre výpočet sily:

$$F = \frac{p}{t}$$

Najprv si zo vzorca vyjadríme hybnosť:

$$p = F \cdot t$$

A znova uz len dosadíme jednotky:

$$[p] = [F] \cdot [t] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Do vzorca na výpočet práce dosadíme jednotky:

$$[W] = [F] \cdot [s] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Do vzorca na výpočet tlaku dosadíme jednotky:

$$[p] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

Ako je napísané v zadaní, energia je rovná vykonanej práci, a preto má aj rovnakú jednotku:

$$[E] = [W] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

Do vzorca na výpočet výkonu dosadíme jednotky:

$$[P] = \frac{[W]}{[t]} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

b) Najprv zo zadaného vzorca vyjadríme gravitačnú konštantu G:

$$F = \frac{G \cdot m \cdot M}{r^2}, \quad (1)$$

$$G = \frac{F \cdot r^2}{m \cdot M}, \quad (2)$$

Dosadíme jednotky veličín:

$$[G] = \frac{[F] \cdot [r]^2}{[m] \cdot [M]} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}^2}{\text{kg} \cdot \text{kg}} = \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

II. A) Andrejov výsledok je:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{l_1 \cdot l_2}{(l_1 + l_2) \cdot a_1}} \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{(v_1 + v_2)}$$

Súčet $l_1 + l_2$ bude opäť nejaká dĺžka l , a podobne aj súčet $v_1 + v_2$ bude nejaká rýchlosť v . Číslo 2 na začiatku výrazu je bezrozmerné (nemá jednotky), preto ho môžeme vynechať. Do vypočítaného výrazu dosadíme jednotky:

$$2 \cdot \sqrt{\frac{[l_1] \cdot [l_2]}{[l] \cdot [a_1]}} \cdot \frac{[v_1] \cdot [v_2]}{[v]} = \sqrt{\frac{\frac{\text{m} \cdot \text{m}}{\text{m}}}{\frac{\text{m}}{\text{m/s}^2}}} \cdot \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Výsledná jednotka by mali byť metre:

$$\text{m} = \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{m/s}^2}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{m} = \sqrt{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{m} = \frac{\text{s} \cdot \text{m}}{\text{s}}, \text{m} = \text{m},$$

Andrejov výsledok je na základe rozmerovej analýzy dobrý.

B) Baklažánov výsledok je:

$$\frac{8 \cdot a_1 \cdot t_1 \cdot a_2 \cdot t_2}{a_1 + a_2}$$

Súčet $a_1 + a_2$ bude nejaké zrýchlenie a . Číslo 8 na začiatku výrazu je bezrozmerné, preto ho môžeme vynechať. Do vypočítaného výrazu dosadíme jednotky:

$$\frac{[a_1] \cdot [t_1] \cdot [a_2] \cdot [t_2]}{[a]} = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Výsledná jednotka by mali byť metre:

$$\text{m} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} \cdot \text{s}, \tag{3}$$

$$\text{m} = \text{m}, \tag{4}$$

Baklažánov výsledok je na základe rozmerovej analýzy dobrý.

C) Cibulkov výsledok je:

$$15 \cdot (a_1 + v_1 + l_1 - a_2 - v_2 - l_2) \cdot v_1 \cdot t_2$$

V zátvorke je súčet zrýchlenia, rýchlosti a dĺžky. Každá z týchto veličín má inú jednotku, a preto ich nemôžeme sčítať/odčítať. Tento výsledok na základe rozmerovej analýzy je zlý.

D) Dušanov výsledok je:

$$l_1 \cdot 2^{v_1/v_2}$$

Podiel $\frac{v_1}{v_2}$ je bezrozmerný, pretože $\frac{\text{m/s}}{\text{m/s}} = 1$. Tým pádom Dušanov výsledok je l_1 vynásobené nejakým číslom, a preto výsledok bude určite v metroch. Dušanov výsledok je na základe rozmerovej analýzy dobrý.